

## TRAITE DE COOPERATION EN MATIERE DE BREVETS

Rec'd PCT/ 02 MAY 2005

PCT

Expéditeur : le BUREAU INTERNATIONAL

NOTIFICATION RELATIVE  
A LA PRESENTATION OU A LA TRANSMISSION  
DU DOCUMENT DE PRIORITE

(instruction administrative 411 du PCT)

Destinataire:

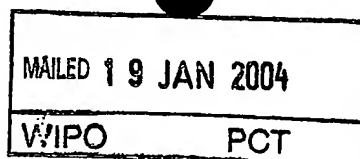
LE BRUSQUE, Maurice  
Cabinet Harle et Phelip  
7, rue de Madrid  
F-75008 Paris  
FRANCE

Date d'expédition (jour/mois/année) 27 janvier 2004 (27.01.2004)	
Référence du dossier du déposant ou du mandataire P057PCT	NOTIFICATION IMPORTANTE
Demande internationale no PCT/FR2003/003264	Date du dépôt international (jour/mois/année) 31 octobre 2003 (31.10.2003)
Date de publication internationale (jour/mois/année) Pas encore publiée	Date de priorité (jour/mois/année) 31 octobre 2002 (31.10.2002)
Déposant CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE (CNRS) etc	

1. Par le présent formulaire, qui remplace toute notification antérieure relative à la présentation ou à la transmission de documents de priorité, il est notifié au déposant la date de réception par le Bureau international du ou des documents de priorité concernant toute demande antérieure dont la priorité est revendiquée. Sauf indication contraire consistant en les lettres "NR", figurant dans la colonne de droite, ou un astérisque figurant à côté d'une date de réception, le document de priorité en question a été présenté ou transmis au Bureau international d'une manière conforme à la règle 17.1.a) ou b).
2. (Le cas échéant) Les lettres "NR" figurant dans la colonne de droite signalent un document de priorité qui, à la date d'expédition du présent formulaire, n'a pas encore été reçu par le Bureau international selon la règle 17.1.a) ou b). Lorsque, selon la règle 17.1.a), le document de priorité doit être présenté par le déposant à l'office récepteur ou au Bureau international, mais que le déposant n'a pas présenté le document de priorité dans le délai prescrit par cette règle, l'attention du déposant est appelée sur la règle 17.1.c) selon laquelle aucun office désigné ne peut décider de ne pas tenir compte de la revendication de priorité considérée avant d'avoir donné au déposant la possibilité, à l'ouverture de la phase nationale, de remettre le document de priorité dans un délai raisonnable en l'espèce.
3. (Le cas échéant) Un astérisque (\*) figurant à côté de la date de réception, dans la colonne de droite, signale un document de priorité présenté ou transmis au Bureau international mais de manière non conforme à la règle 17.1.a) ou b) (le document de priorité a été reçu après le délai prescrit par la règle 17.1.a) ou la demande d'établissement et de transmission du document de priorité a été soumise à l'office récepteur après le délai prescrit par la règle 17.1.b)). Même si le document de priorité n'a pas été remis conformément à la règle 17.1.a) ou b), le Bureau international transmettra une copie du document aux offices désignés, pour leur appréciation. Dans le cas où une telle copie n'est pas acceptée par un office désigné comme document de priorité, la règle 17.1.c) énonce que aucun office désigné ne peut décider de ne pas tenir compte de la revendication de priorité considérée avant d'avoir donné au déposant la possibilité, à l'ouverture de la phase nationale, de remettre le document de priorité dans un délai raisonnable en l'espèce.

<u>Date de priorité</u>	<u>Demande de priorité n°</u>	<u>Pays, office régional ou office récepteur selon le PCT</u>	<u>Date de réception du document de priorité</u>
31 octo 2002 (31.10.2002)	02/13682	FR	19 janv 2004 (19.01.2004)

Bureau international de l'OMPI 34, chemin des Colombettes 1211 Genève 20, Suisse	Fonctionnaire autorisé: Frédéric VIGNE (Fax 338-87-20)
n° de télécopieur: (41-22) 338.71.40	n° de téléphone: (41-22) 338 8049

Rec'd PCT/PTO 10/533336  
PCT/FR 03/03264 02 MAY 2005

#2

# BREVET D'INVENTION

CERTIFICAT D'UTILITÉ - CERTIFICAT D'ADDITION

## COPIE OFFICIELLE

Le Directeur général de l'Institut national de la propriété industrielle certifie que le document ci-annexé est la copie certifiée conforme d'une demande de titre de propriété industrielle déposée à l'Institut.

Fait à Paris, le 06 NOV 2003

Pour le Directeur général de l'Institut  
national de la propriété industrielle  
Le Chef du Département des brevets

DOCUMENT DE PRIORITÉ

PRÉSENTÉ OU TRANSMIS  
CONFORMÉMENT À LA  
RÈGLE 17.1.a) OU b)

Martine PLANCHE

INSTITUT  
NATIONAL DE  
LA PROPRIÉTÉ  
INDUSTRIELLE

SIEGE  
26 bis, rue de Saint Petersburg  
75800 PARIS cedex 08  
Téléphone : 33 (0)1 53 04 53 04  
Télécopie : 33 (0)1 53 04 45 23  
www.inpi.fr



# BREVET D'INVENTION

26bis, rue de Saint-Pétersbourg

75800 Paris Cédex 08

Téléphone: 01 53.04.53.04 Télécopie: 01.42.94.86.54

Code de la propriété intellectuelle-livre VI

REQUÊTE EN DÉLIVRANCE

DATE DE REMISE DES PIÈCES: 31 oct - 2008 N° D'ENREGISTREMENT NATIONAL: 0213682 DÉPARTEMENT DE DÉPÔT: 75 DATE DE DÉPÔT: 31 OCT. 2008	Maurice LE BRUSQUE CABINET HARLE ET PHELIP 7 rue de Madrid 75008 PARIS France
Vos références pour ce dossier: P057FR	

<b>1 NATURE DE LA DEMANDE</b>	
Demande de brevet	
<b>2 TITRE DE L'INVENTION</b>	
PROCÉDE DE SIMULATION ET DE SYNTHÈSE NUMÉRIQUE D'UN PHÉNOMÈNE OSCILLANT	
<b>3 DECLARATION DE PRIORITE OU REQUETE DU BENEFICE DE LA DATE DE DEPOT D'UNE DEMANDE ANTERIEURE FRANCAISE</b>	Pays ou organisation      Date      N°
<b>4-1 DEMANDEUR</b>	
Nom Rue Code postal et ville Pays Nationalité Forme juridique	CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE 3 rue Michel Ange 75794 PARIS cedex 16 France France Etablissement public
<b>5A MANDATAIRE</b>	
Nom Prénom Qualité Cabinet ou Société Rue Code postal et ville N° de téléphone N° de télécopie Courrier électronique	LE BRUSQUE Maurice CPI: b m[1140] CABINET HARLE ET PHELIP 7 rue de Madrid 75008 PARIS 33 1 53 04 64 64 33 1 53 04 64 00 cabinet@harle.fr

6 DOCUMENTS ET FICHIERS JOINTS		Fichier électronique	Pages	Détails
Description		desc.pdf	31	
Revendications	V		9	25
Dessins			5	13 fig., 3 ex.
Abrégé	V		1	
Figure d'abrégé	V		1	fig. 4; 1 ex.
Désignation d'inventeurs				
Listage des sequences, PDF				
Rapport de recherche				
<b>8 RAPPORT DE RECHERCHE</b>				
Etablissement immédiat				
<b>9 REDEVANCES JOINTES</b>		Devise	Taux	Quantité
				Montant à payer
062 Dépôt		EURO	35.00	1.00
063 Rapport de recherche (R.R.)		EURO	320.00	1.00
068 Revendication à partir de la 11ème		EURO	15.00	15.00
Total à acquitter		EURO		580.00
<b>10 SIGNATURE DU DEMANDEUR OU DU MANDATAIRE</b>				
Signé par		Maurice LE BRUSQUE		

La loi n°78-17 du 6 janvier 1978 relative à l'informatique aux fichiers et aux libertés s'applique aux réponses faites à ce formulaire. Elle garantit un droit d'accès et de rectification pour les données vous concernant auprès de l'INPI.

L'invention a pour objet un procédé de simulation numérique d'une interaction non linéaire entre une source excitatrice et une onde dans un résonateur et peut s'appliquer, en particulier, à la synthèse numérique, en temps réel, d'un phénomène oscillant tel que le son émis par un instrument de musique fonctionnant en oscillations entretenues, comme un instrument à vent.

On sait que la simulation numérique d'un phénomène auto-oscillant peut s'effectuer par discrétisation, dans le domaine temporel, d'équations constituant le modèle du phénomène tel qu'il se traduit physiquement. Dans ce cas, cependant, la synthèse sonore, en temps réel, est difficile à réaliser et c'est pourquoi, depuis quelques années, on a développé des méthodes du genre « guide d'ondes numériques », basées sur un formalisme « traitement du signal » de la propagation des ondes dans les deux directions du corps de l'instrument. Habituellement, de telles méthodes utilisent la décomposition de la vibration au sein du résonateur sous forme d'une somme des ondes aller-retour se propageant, respectivement, de la source à l'extrémité du résonateur et de cette extrémité à la source. Une telle méthode ne permet pas d'exprimer simplement le couplage non linéaire qui existe entre la source excitatrice et le résonateur de l'instrument et limite la paramétrisation physique des algorithmes de synthèse. De plus, une telle méthode limite le choix de la géométrie du corps du résonateur à des portions cylindriques de tubes et rend difficile la prise en compte de la conicité du résonateur, par exemple pour des instruments du type saxophone.

L'invention a pour objet de résoudre ces inconvénients et de lever ces limitations grâce à une nouvelle méthode de simulation et de synthèse en temps réel d'un phénomène oscillant, applicable spécialement mais non limitativement aux instruments à vent. En particulier, l'invention a pour objet un procédé de simulation permettant de prendre en compte les processus physiques régissant le fonctionnement d'un instrument réel et dont la mise en œuvre numérique peut être particulièrement simple.

En outre, à partir d'une méthode de base applicable à des instruments du type clarinette, à résonateur cylindrique, l'invention peut être adaptée à la simulation d'autres types d'instruments.

Par ailleurs, l'invention ne se limite pas à la simulation d'instruments de musique mais peut s'appliquer, d'une façon générale à la synthèse numérique, en temps réel de phénomènes oscillant de toutes sortes.

5 D'une façon générale, l'invention a donc pour objet la simulation d'une interaction non linéaire entre une source excitatrice et une onde dans un résonateur, au moyen d'outils de calcul de signaux numériques, soit à partir d'équations dont la solution correspond à la manifestation physique d'un phénomène à simuler, soit à partir d'une mesure de cette manifestation physique.

10 Conformément à l'invention, le phénomène à simuler se traduisant, à chaque instant et en un point donné du résonateur, par une relation d'impédance entre deux variables représentatives de l'effet et de la cause dudit phénomène, on transcrit directement l'équation de l'impédance sous forme d'un modèle faisant appel à des guides d'onde pour réaliser une  
15 interaction non linéaire entre les deux variables de la relation d'impédance.

A cet effet, le modèle comporte, d'une part, au moins une partie linéaire représentant directement l'impédance dite d'entrée du résonateur, c'est-à-dire l'impédance au point où se manifeste l'interaction non linéaire et, d'autre part, une partie non linéaire modélisant le rôle de la source excitatrice  
20 du phénomène à simuler.

En particulier, pour la synthèse numérique, en temps réel, d'un phénomène oscillant, l'invention permet, à partir d'un système d'équations entre au moins deux variables représentatives du comportement du résonateur, d'établir une expression de l'impédance d'entrée du résonateur  
25 en terme de guide d'ondes linéaires, sans décomposition en ondes aller-retour, de façon à réaliser au moins une partie linéaire du modèle qui peut être couplée à une boucle non linéaire faisant intervenir l'évolution de la non-linéarité telle qu'elle s'exprime entre les deux variables de la relation d'impédance d'entrée du résonateur.

30 De façon particulièrement avantageuse, cette partie linéaire du modèle constitue la somme de deux guides d'ondes élémentaires réalisant une fonction de transfert entre les deux variables de la relation d'impédance.

Selon une autre caractéristique particulièrement avantageuse, le modèle est piloté par au moins deux paramètres représentatifs de  
35 l'interaction physique non linéaire entre la source et le résonateur, au moyen

d'une boucle reliant la sortie à l'entrée de la partie linéaire et comprenant une fonction non linéaire jouant le rôle de source excitatrice pour le résonateur.

Comme on l'a indiqué, l'invention s'applique, en particulier, à la synthèse en temps réel des sons produits par un instrument à vent. Dans ce cas, les deux variables de la relation d'impédance sont la pression et le débit acoustiques à l'entrée du résonateur.

Dans le cas d'un résonateur cylindrique ayant une extrémité ouverte, il est particulièrement avantageux de réaliser la partie linéaire du modèle de transcription numérique de l'équation de l'impédance sous forme d'une somme de deux guides d'ondes élémentaires ayant pour source excitatrice le débit à l'entrée du résonateur et réalisant la fonction de transfert :

$$Z_e(\omega) = \frac{P_e(\omega)}{U_e(\omega)} = \frac{1}{1 + \exp(-2ik(\omega)L)} - \frac{\exp(-2ik(\omega)L)}{1 + \exp(-2ik(\omega)L)}$$

dans laquelle :

- $\omega$  est la pulsation de l'onde
- $Z_e(\omega)$  est l'impédance d'entrée du résonateur,
- $P_e(\omega)$  et  $U_e(\omega)$  sont les transformées de Fourier des valeurs adimensionnées de la pression et du débit à l'entrée du résonateur,
- $k(\omega)$  est une fonction de la pulsation de l'onde qui dépend du phénomène à simuler,
- $L$  est la longueur du résonateur.

Selon une autre caractéristique, chacun des deux guides d'ondes fait intervenir un filtre ayant pour fonction de transfert :

$$-F(\omega)^2 = -\exp(-2ik(\omega)L)$$

et représentant un trajet aller-retour d'une onde avec changement de signe à l'extrémité ouverte du résonateur, chaque guide d'onde correspondant à un terme de l'équation de l'impédance.

Un tel modèle peut avantageusement être piloté par la longueur du résonateur et au moins deux paramètres représentatifs de l'interaction physique non linéaire entre la pression et le débit à l'entrée du résonateur, au

moyen d'une boucle reliant la sortie à l'entrée de la partie linéaire et comprenant une fonction non linéaire jouant le rôle de source excitatrice pour le résonateur.

5 En particulier, pour la synthèse en temps réel des sons à simuler, on réalise une formulation, dans le domaine temporel, de la réponse impulsionnelle du résonateur, en approximant les pertes représentées par le filtre au moyen d'un filtre numérique approché.

10 L'invention couvre d'autres caractéristiques essentielles mentionnées dans les revendications et portant, en particulier, sur les équations utilisées par l'outil de calcul des signaux numériques et qui conduisent à des modèles à guides d'ondes dépendant du phénomène à simuler.

15 En effet, selon une caractéristique essentielle de l'invention, la méthode proposée pour la simulation d'un phénomène simple comme la propagation d'une onde dans un résonateur cylindrique, peut être adaptée de multiples façons pour la simulation de phénomènes plus complexes et, en particulier, de divers types d'instruments.

20 Dans la description qui va suivre, on va donc exposer en détail la méthode de simulation, les équations utilisées et le modèle à mettre en œuvre pour la synthèse du son d'un instrument à résonateur acoustique cylindrique à anche, du type clarinette, ainsi que certaines adaptations pour la simulation d'autres types d'instruments.

25 La figure 1 donne deux diagrammes représentant respectivement, à gauche la fonction de transfert, en Hertz, d'un modèle d'anche à un mode et à droite, la réponse impulsionnelle en fonction des échantillons, avec une fréquence d'échantillonnage de 44 100 Hertz.

La figure 2 est un schéma de calcul par combinaison de guides d'ondes, représentant l'impédance d'entrée d'un résonateur cylindrique.

30 La figure 3 donne deux diagrammes représentant respectivement, pour un résonateur cylindrique, en haut l'impédance d'entrée en fonction de la fréquence indiquée en Hertz et, en bas, la réponse impulsionnelle en fonction du temps, en secondes.

La figure 4 est un schéma de calcul d'un modèle de simulation d'un instrument à anche à résonateur cylindrique.

35 La figure 5 donne deux diagrammes analogues à la figure 3, représentant respectivement, pour un modèle de résonateur calculé selon



l'invention, en haut l'impédance d'entrée approchée et en bas la réponse impulsionnelle approchée.

La figure 6 donne deux diagrammes analogues à la figure 1, représentant respectivement, pour un modèle d'anche calculé selon l'invention, à gauche la fonction de transfert et à droite la réponse impulsionnelle.

La figure 7a montre les variations, en fonction du temps indiqué en secondes, de la pression acoustique interne au niveau de l'embouchure d'un résonateur cylindrique. Les figures 7b et 7c sont des agrandissements des transitoires d'attaque et d'extinction.

La figure 8 donne deux diagrammes représentant respectivement, à gauche la fonction de transfert et à droite la réponse impulsionnelle, pour un modèle d'anche multimode calculé selon l'invention.

La figure 9 donne deux diagrammes représentant le spectre de la pression acoustique externe, respectivement en haut pour une anche à un seul mode et en bas pour une anche à modes multiples.

La figure 10 est un schéma de calcul représentant l'impédance d'un résonateur cylindrique avec impédance terminale.

La figure 11 est un schéma de calcul représentant l'impédance d'un résonateur conique.

La figure 12 est un schéma de calcul représentant l'impédance d'un résonateur simplifié pour cuivres.

La figure 13 est un schéma général de calcul représentant l'impédance d'une combinaison en parallèle de résonateurs cylindriques.

Comme on le sait, les phénomènes physiques mis en jeu lors de la production du son de la clarinette, s'expriment d'une part, par une équation de propagation linéaire des ondes dans le tuyau avec perte, et d'autre part, par une équation non linéaire reliant le débit avec la pression et le déplacement de l'anche au niveau de l'embouchure de l'instrument.

Un modèle de simulation du son comprend donc une partie linéaire du modèle correspondant au résonateur de l'instrument qui, dans le cas de la clarinette est constitué d'un tube cylindrique.

Pour cette géométrie, en supposant que le rayon du tube est grand devant les épaisseurs des couches limites, la pression acoustique à l'intérieur du tube est régie par une équation de la forme :

$$\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} - \alpha \frac{\partial^{\frac{3}{2}} p(x,t)}{\partial t^{\frac{3}{2}}} = 0$$

$$\text{où } \alpha = \frac{2}{Rc^{\frac{3}{2}}} \left( \sqrt{l_v} + \left( \frac{c_p}{c_v} - 1 \right) \sqrt{l_t} \right), \text{ R étant le rayon du tube, c'est-à-dire}$$

5 7mm dans le cas de la clarinette. Les valeurs des constantes physiques, en unités mKs, sont :  $c=340$ ,  $l_v=4.10^{-8}$ ,  $l_t=5.6.10^{-8}$ ,  $\frac{C_p}{C_v}=1.4$ .

En recherchant les solutions du type  $\exp(i(\omega t - k(\omega)x))$ ,  $\omega$  étant la pulsation de l'onde, on peut écrire :

$$10 \quad k(\omega)^2 = \frac{\omega^2}{c^2} (1 - i^{\frac{3}{2}} \alpha c^2 \omega^{-\frac{1}{2}}) \quad (1)$$

En remplaçant  $\sqrt{1+x}$  par la valeur approchée  $1 + \frac{x}{2}$  lorsque  $x$  est petit, l'expression approchée classique de  $k(\omega)$ , que nous utiliserons par la suite, devient :

$$15 \quad k(\omega) = \frac{\omega}{c} - \frac{i^{\frac{1}{2}}}{2} \alpha c \omega^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

On sait que, si l'on considère un tuyau de longueur infinie que l'on suppose excité en  $x=0$  et  $t=0$  par une impulsion Dirac  $\delta(x)\delta(t)$ , en tout point  $x>0$ , la  
20 pression acoustique propagée à partir de cette source s'écrit sous la forme d'une somme continue de toutes les ondes susceptibles de se propager dans le tuyau :

$$p(x,t) = \int \exp(-ik(\omega)x) \exp(i\omega t) d\omega$$

25

qui apparaît comme la Transformée de Fourier inverse de la valeur  $\exp(-ik(\omega)x)$ .

La fonction de transfert d'un tuyau de longueur  $L$ , qui constitue le filtre du modèle guide d'onde représentant la propagation, la dissipation et la  
30 dispersion est donc :

$$F(\omega) = \exp(-ik(\omega)L) = \exp\left(-\frac{1}{2}\alpha c\sqrt{\frac{\omega}{2}}L\right) \times \exp\left(-i\left(\frac{\omega}{c}L + \frac{1}{2}\alpha c\sqrt{\frac{\omega}{2}}L\right)\right) \quad (3)$$

La dissipation représentée par le module de  $F(\omega)$  et la dispersion représentée par la phase de  $F(\omega)$  sont donc proportionnelles à  $\sqrt{\omega}$ , tandis que le retard de propagation est donné par  $\frac{L}{c}$ . La longueur du tuyau sera

donc le paramètre de contrôle de la hauteur et son rayon contrôle les pertes.

On sait, d'autre part, que les transformées de Fourier des pressions et débits adimensionnés à l'entrée ( $P_e(\omega)$ ,  $U_e(\omega)$ ) et en sortie ( $P_s(\omega)$ ,  $U_s(\omega)$ ), du résonateur, sont liés par le système d'équations :

$$P_e(\omega) = \cos(k(\omega)L)P_s(\omega) + i \sin(k(\omega)L)U_s(\omega)$$

$$U_e(\omega) = i \sin(k(\omega)L)P_s(\omega) + \cos(k(\omega)L)U_s(\omega).$$

De façon classique, afin de modéliser la pression acoustique interne, le rayonnement peut être négligé. L'extrémité ouverte de l'instrument est donc parfaitement réfléchissante, ce qui entraîne que  $P_s(\omega)=0$ . Ceci permet d'exprimer la relation entre pression et débit à l'entrée du résonateur :

$$P_e(\omega) = i \tan(k(\omega)L)U_e(\omega) = Z_e(\omega)U_e(\omega) \quad (4)$$

où  $Z_e(\omega) = i \tan(k(\omega)L)$  est l'impédance d'entrée normalisée du résonateur.

Dans le cas d'un modèle classique d'anche ou de lèvres à un mode, le déplacement adimensionné  $x(t)$  de l'anche par rapport à son point d'équilibre, et la pression acoustique  $p_e(t)$  qui le produit sont liés par l'équation :

$$\frac{1}{\omega_r^2} \frac{d^2x(t)}{dt^2} + \frac{q_r}{\omega_r} \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = p_e(t) \quad (5)$$

dans laquelle  $\omega_r=2\pi f_r$  correspond à la fréquence de résonance  $f_r$ , par exemple 2500 Hz et  $q_r$  est le facteur de qualité de l'anche, par exemple 0,2.

En écrivant, l'équation (5) dans le domaine de Fourier, on obtient la fonction de transfert de l'anche :

$$\frac{X(\omega)}{Pe(\omega)} = \frac{\omega_r^2}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\omega q_r \omega_r} \quad (6)$$

5 dont la réponse impulsionnelle est donnée par :

$$x(t) = \frac{2\omega_r}{\sqrt{4 - q_r^2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \omega_r q_r t\right) \sin\left(\frac{1}{2} \sqrt{4 - q_r^2} \omega_r t\right) \quad (7)$$

Comme on le verra plus loin, il est important de noter que  $x(0)=0$ .

10 Par ailleurs, dans le cas d'un instrument à anche de type clarinette ou à embouchure de type trompette, la pression acoustique  $p_e(t)$  et le débit acoustique  $u_e(t)$  (adimensionnés) à l'entrée du résonateur sont reliés de façon non-linéaire par l'équation :

$$15 \quad u_e(t) = \frac{1}{2} (1 - \text{sign}(\gamma - x(t) - 1)) \text{sign}(\gamma - p_e(t)) \zeta (1 - \gamma + x(t)) \sqrt{|\gamma - p_e(t)|} \quad (8)$$

Dans le cas d'un instrument à anche, le paramètre  $\zeta$  est caractéristique de l'embouchure et prend en compte la position des lèvres et le rapport de section entre le bec et le résonateur. Des valeurs classiques  
20 peuvent être de 0,2 à 0,6. Le paramètre  $\gamma$  est le rapport entre la pression à l'intérieur de la bouche d'un instrumentiste et la pression de plaquage statique de l'anche. Pour un tuyau sans perte, il va de  $\frac{1}{3}$  pour la mise en vibration à  $\frac{1}{2}$  pour la position d'anche battante.

Les paramètres  $\zeta$  et  $\gamma$  sont donc deux paramètres de jeu importants  
25 dans la mesure où ils représentent, respectivement, la manière dont l'instrumentiste pince l'anche et la pression du souffle dans l'instrument.

En combinant l'équation de déplacement de l'anche, la relation d'impédance et la caractéristique non linéaire, il apparaît que la pression acoustique au niveau de l'embouchure est contrôlée par le système  
30 d'équations suivant :

$$\frac{1}{\omega_r^2} \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \frac{q_r}{\omega_r} \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = p_e(t) \quad (9)$$

$$P_e(\omega) = i \tan\left(\frac{\omega L}{c} - \frac{i^{3/2}}{2} \alpha c \omega^{1/2} L\right) U_e(\omega) \quad (10)$$

$$u_e(t) = \frac{1}{2} (1 - \text{sign}(\gamma - x(t) - 1)) \text{sign}(\gamma - p_e(t)) \zeta(1 - \gamma + x(t)) \sqrt{|\gamma - p_e(t)|} \quad (11)$$

La figure 1 donne deux diagrammes indiquant respectivement, à gauche la fonction de transfert et à droite, la réponse impulsionnelle du modèle d'anche, pour une fréquence de résonance  $f_r = 2500\text{Hz}$  et un facteur de qualité  $q_r = 0,2$ .

L'idée de l'invention est donc de trouver une formulation dans le domaine temporel de la relation d'impédance permettant de résoudre ce système de trois équations, en modélisant la relation d'impédance en termes de modèles de guides d'onde élémentaires.

Pour modéliser l'impédance d'entrée du résonateur en terme de modèles de guides d'onde élémentaires, on écrit la transformée de Fourier de l'impédance  $Z_e(\omega)$  sous la forme :

$$Z_e(\omega) = i \tan(k(\omega)L) = i \frac{\sin(k(\omega)L)}{\cos(k(\omega)L)} = \frac{\exp(ik(\omega)L) - \exp(-ik(\omega)L)}{\exp(ik(\omega)L) + \exp(-ik(\omega)L)}$$

Cette expression peut s'écrire sous la forme :

$$Z_e(\omega) = \frac{P_e(\omega)}{U_e(\omega)} = \frac{1}{1 + \exp(-2ik(\omega)L)} - \frac{\exp(-2ik(\omega)L)}{1 + \exp(-2ik(\omega)L)} \quad (12)$$

La figure 2 représente un modèle de calcul par combinaison de guides d'ondes directement issu de cette dernière équation et dont la fonction de transfert est l'impédance d'entrée du résonateur. Il est constitué d'une somme de deux guides d'ondes élémentaires. L'élément supérieur correspond au premier terme de l'équation (12) tandis que l'élément inférieur correspond au deuxième. Le filtre dont la fonction de transfert est

–  $F(\omega)^2 = -\exp(-2ik(\omega)L)$  représente un trajet aller-retour, avec changement de signe de la pression acoustique à l'extrémité ouverte.

A titre d'exemple, la figure 3 donne deux diagrammes représentant respectivement, pour un tuyau de longueur  $L = 0.5\text{m}$  et de rayon  $R=7\text{mm}$ , en haut la variation de l'impédance d'entrée du résonateur en fonction de la fréquence et, en bas, la réponse impulsionnelle du modèle à guides d'onde correspondant, calculée par transformée de Fourier inverse de l'impédance.

Le système des trois équations physiques couplées (9), (10), (11) permet d'introduire la non-linéarité sous forme d'une boucle reliant la sortie  $p_e$  du résonateur à l'entrée  $u_e$ .

La figure 4 donne un schéma de calcul équivalent permettant, pour la simulation d'un instrument à anche ou embouchure, de coupler non linéairement le déplacement de l'anche et la pression acoustique avec le débit acoustique à l'entrée du résonateur, en calculant, à chaque instant échantillonné, la pression acoustique interne au niveau de l'embouchure.

Le modèle est entièrement piloté par la longueur  $L$  du résonateur et au moins deux paramètres  $\zeta$  et  $\gamma$  représentatifs de l'interaction physique non linéaire entre la source et le résonateur, au moyen d'une boucle reliant l'entrée à la sortie de la partie linéaire et comprenant une fonction non-linéaire jouant le rôle de source excitatrice pour le résonateur. Comme le montre la Figure 4, la partie linéaire reprend le schéma de la Figure 2 et la fonction non-linéaire  $f$  est contrôlée par les deux paramètres  $\zeta$  et  $\gamma$  permettant de simuler le jeu d'un instrumentiste, et a comme paramètres d'entrée, dans le cas d'une clarinette, la pression à l'embouchure et le déplacement  $x(t)$  de l'anche par rapport à son point d'équilibre, calculé en fonction de la pression à l'embouchure, par un modèle d'anche ( $m$ ).

Aucun signal d'entrée n'est nécessaire, dans la mesure où  $\gamma$  est directement proportionnel à la pression dans la bouche de l'instrumentiste. C'est donc la non-linéarité elle-même, et son évolution imposée par l'instrumentiste, qui joue le rôle de source excitatrice, conformément au modèle physique.

Pour la synthèse, en temps réel, des sons à simuler, le modèle nécessite un échantillonnage numérique et, pour cela, on réalise une formulation, dans le domaine temporel, de la réponse impulsionnelle du résonateur, correspondant à la transformée de Fourier inverse de

l'impédance. Cette formulation dans le domaine temporel permet de calculer la pression  $p_e(t)$  à l'embouchure en fonction du débit  $u_e(t)$  mais il est nécessaire, pour cela, d'approximer les pertes représentées par le filtre  $F(\omega)$  au moyen d'un filtre numérique approché. On va donc utiliser une approximation de la fonction de transfert du filtre,  $-F(\omega)^2 = -\exp(-2ik(\omega)L)$ , dont les coefficients sont déterminés à partir de variables physiques telles que la longueur du résonateur et son rayon, de façon à pouvoir apporter les modifications nécessaires en fonction de la géométrie du résonateur. A cet effet, on exprime analytiquement les coefficients du filtre numérique comme des fonctions de paramètres physiques.

En pratique, il est particulièrement avantageux d'utiliser un filtre à un pôle en exprimant la fonction de transfert approchée sous la forme :

$$\tilde{F}(\omega) = \frac{b_0 \exp(-2i\omega D)}{1 - a_1 \exp(-i\omega)} \quad (13)$$

dans laquelle  $\omega = \frac{\omega}{f_e}$ ,  $f_e$  étant la fréquence d'échantillonnage, et  $D = f_e \frac{L}{c}$  est le retard pur correspondant à un trajet aller ou retour des ondes dans le résonateur.

Les paramètres  $b_0$  et  $a_1$  sont exprimés en fonction des paramètres physiques de telle sorte que  $|F(\omega)^2|^2 = |\tilde{F}(\omega)|^2$  pour deux valeurs données de  $\omega$ .

La première valeur  $\omega_1$  retenue est celle de la fréquence fondamentale de jeu. Ceci permet d'assurer un temps de décroissance de la fréquence fondamentale de la réponse impulsionnelle du modèle à guides d'ondes utilisant le filtre approché, identique à celui du modèle à guides d'ondes utilisant le filtre exact.

La deuxième valeur  $\omega_2$  retenue est celle d'un harmonique choisi de façon à obtenir une décroissance globale identique des réponses impulsionnelles des guides d'onde, respectivement, exact et approché.

Le choix de cette deuxième valeur  $\omega_2$  est donc plus libre. Elle correspond, par exemple, au second pic de résonance dans le cas de la clarinette mais, dans certains cas, comme on le verra plus loin dans le cas

de la trompette, il peut être préférable de choisir un harmonique de rang supérieur.

Le système d'équations à résoudre est donné par :

$$|F(\omega_1)|^2 (1 + a_1^2 - 2a_1 \cos(\varpi_1)) = b_0^2$$

5

$$|F(\omega_2)|^2 (1 + a_1^2 - 2a_1 \cos(\varpi_2)) = b_0^2$$

dans lequel  $|F(\omega)|^2 = \exp\left(-2\alpha c \sqrt{\frac{\omega}{2}} L\right)$ .

En négligeant la dispersion introduite par la partie non-linéaire de la phase de  $F(\omega)$ , les fréquences des harmoniques sont :  $\varpi_k = \frac{c\pi\left(k - \frac{1}{2}\right)}{Lfe}$  où 2k-1 est le rang de l'harmonique.

En notant :

$c_1 = \cos(\varpi_1)$ ,  $c_2 = \cos(\varpi_2)$ ,  $F_1 = |F(\omega_1)|^2$ ,  $F_2 = |F(\omega_2)|^2$ ,  $A_1 = F_1 c_1$ ,  $A_2 = F_2 c_2$ , les coefficients  $a_1$  et  $b_0$  sont donnés par :

15

$$a_1 = \frac{A_1 - A_2 - \sqrt{(A_1 - A_2)^2 - (F_1 - F_2)^2}}{F_1 - F_2} \quad (14)$$

$$b_0 = \frac{\sqrt{2F_1 F_2 (c_1 - c_2) (A_1 - A_2 - \sqrt{(A_1 - A_2)^2 - (F_1 - F_2)^2})}}{F_1 - F_2} \quad (15)$$

20

A partir de l'expression de l'impédance d'entrée du résonateur :

$$Z_e(\omega) = \frac{1}{1 + \exp(-2ik(\omega)L)} - \frac{\exp(-2ik(\omega)L)}{1 + \exp(-2ik(\omega)L)},$$

et en notant  $z = \exp(i\varpi)$ , on tire directement :



$$\begin{aligned} \frac{P_e(z)}{U_e(z)} &= \frac{1}{1 + \left( \frac{b_0}{1 - a_1 z^{-1}} \right) z^{-2D}} - \frac{\left( \frac{b_0}{1 - a_1 z^{-1}} \right) z^{-2D}}{1 + \left( \frac{b_0}{1 - a_1 z^{-1}} \right) z^{-2D}} \\ &= \frac{1 - a_1 z^{-1} - b_0 z^{-2D}}{1 - a_1 z^{-1} + b_0 z^{-2D}} \end{aligned}$$

d'où l'on tire l'équation aux différences :

5

$$p_e(n) = u_e(n) - a_1 u_e(n-1) - b_0 u_e(n-2D) + a_1 p_e(n-1) - b_0 p_e(n-2D) \quad (16)$$

La figure 5 donne deux diagrammes montrant respectivement, en haut la variation de l'impédance d'entrée du résonateur approché en fonction de la fréquence et, en bas, la réponse impulsionnelle du modèle à guides d'onde correspondant, calculée à partir de l'équation aux différences pour un tuyau cylindrique de longueur  $L=0.5m$  et de rayon  $R=7mm$ .

10

On constate que le modèle ainsi établi donne une réponse impulsionnelle très proche de celle du résonateur, représentée sur la figure 1.

15

De même que pour le filtre représentant les pertes, la relation entre la pression acoustique et le déplacement de l'anche doit être discrétisée dans le domaine temporel. Or, la réponse impulsionnelle de l'anche est une sinusoïde amortie de façon exponentielle qui satisfait à la condition  $x(0)=0$ , comme on l'a indiqué plus haut. Il est donc possible de construire un filtre numérique pour lequel le déplacement de l'anche à l'instant  $t_n = \frac{n}{f_e}$  est

20

fonction de la pression acoustique à l'instant  $t_{n-1} = \frac{n-1}{f_e}$  et non pas  $t_n$ . Ceci

permet de respecter la propriété  $x(0)=0$  du système continu lorsque l'anche est soumise à une excitation Dirac. Pour satisfaire cette condition, au lieu d'utiliser la transformation bilinéaire pour approximer les termes  $i\omega$  et  $-\omega^2$ , on utilise, selon l'invention, les expressions  $i\omega \approx \frac{f_e}{2}(z - z^{-1})$  et  $-\omega^2 \approx f_e^2(z - 2 + z^{-1})$ , qui correspondent à une différentiation numérique centrée exacte au second ordre.

25

Avec ces approximations, la fonction numérique de transfert de l'anche est donnée par :

$$\begin{aligned} \frac{X(z)}{Pe(z)} &= \frac{\omega_r^2}{\omega_r^2 + f_e^2(z - 2 + z^{-1}) + \frac{f_e}{2}(z - z^{-1})q_r\omega_r} \\ &= \frac{z^{-1}}{\frac{f_e^2}{\omega_r^2} + \frac{f_e q_r}{2\omega_r} - z^{-1}\left(\frac{2f_e^2}{\omega_r^2} - 1\right) - z^{-2}\left(\frac{f_e q_r}{2\omega_r} - \frac{f_e^2}{\omega_r^2}\right)} \end{aligned}$$

5

d'où l'on tire l'équation aux différences :

$$x(n) = 0 \times p_e(n) + b_{1a}p_e(n-1) + a_{1a}x(n-1) + a_{2a}x(n-2) \quad (17)$$

10

dans laquelle les coefficients  $b_{1a}$ ,  $a_{1a}$  et  $a_{2a}$  sont définis par :

$$a_{0a} = \frac{f_e^2}{\omega_r^2} + \frac{f_e q_r}{2\omega_r} \quad b_{1a} = \frac{1}{a_{0a}} \quad a_{1a} = \frac{\frac{2f_e^2}{\omega_r^2} - 1}{a_{0a}} \quad a_{2a} = \frac{\frac{f_e q_r}{2\omega_r} - \frac{f_e^2}{\omega_r^2}}{a_{0a}}$$

15 La figure 6 donne, pour un tel modèle d'anche approché, deux diagrammes représentant, à gauche la fonction de transfert et à droite la réponse impulsionnelle, avec une fréquence d'échantillonnage  $f_e = 44\,100$  Hertz, les valeurs des paramètres étant  $f_r = 2500$  Hz et  $q_r = 0,2$ .

On voit que les diagrammes obtenus sont très proches de ceux de la figure 1.

20 Ceci étant établi, on va maintenant exposer une méthode de résolution explicite, selon l'invention, pour le couplage des équations aux différences avec la caractéristique non linéaire.

Les formulations échantillonnées des réponses impulsionnelles du déplacement de l'anche et de l'impédance permettent, en effet, d'écrire  
25 l'équivalent échantillonné du système d'équation (9, 10, 11) indiqué plus haut, sous la forme :

$$x(n) = b_{1a}p_e(n-1) + a_{1a}x(n-1) + a_{2a}x(n-2) \quad (18)$$

$$p_e(n) = u_e(n) - a_1 u_e(n-1) - b_0 u_e(n-2D) + a_1 p_e(n-1) - b_0 p_e(n-2D) \quad (19)$$

$$u_e(n) = \frac{1}{2} (1 - \text{sign}(\gamma - x(n) - 1)) \text{sign}(\gamma - p_e(n)) \zeta(1 - \gamma + x(n)) \sqrt{|\gamma - p_e(n)|} \quad (20).$$

5 Ce système d'équations est implicite, du fait que le calcul de  $p_e(n)$  par l'équation d'impédance nécessite la connaissance de  $u_e(n)$  et que cette valeur est elle-même obtenue à partir de l'équation non linéaire et nécessite la connaissance de  $p_e(n)$ . Cependant, comme on l'a indiqué plus haut, le calcul de  $x(n)$  ne nécessite pas la connaissance de  $p_e(n)$  mais celle de  $p_e(n-1)$  qui est connu à l'instant  $n$ .

10 Ceci permet, selon l'invention, de résoudre simplement et exactement le système couplé. Pour cela, les termes des équations 19 et 20 ci-dessus, qui ne dépendent pas de l'échantillon de temps  $n$ , peuvent, en effet, être regroupés dans les expressions :

$$15 \quad V = -a_1 u_e(n-1) - b_0 u_e(n-2D) + a_1 p_e(n-1) - b_0 p_e(n-2D)$$

$$W = \frac{1}{2} (1 - \text{sign}(\gamma - x(n) - 1)) \times \zeta(1 - \gamma + x(n))$$

ce qui permet d'écrire :

20

$$p_e(n) = u_e(n) + V$$

Pour généraliser la méthode, il est intéressant d'associer  $u_e(n)$  à un coefficient  $bc_0 = 1$  dans le cas d'un tuyau cylindrique.

25 Les deux équations 19 et 20 ci-dessus peuvent alors être écrites sous la forme :

$$p_e(n) = b_0 c_0 u_e(n) + V$$

30

$$u_e(n) = W \text{sign}(\gamma - p_e(n)) \sqrt{|\gamma - p_e(n)|}$$

Etant donné que le terme  $\frac{1}{2} (1 - \text{sign}(\gamma - x(n) - 1))$  annule  $W$  lorsque  $(1 - \gamma + x(n))$  est négatif,  $W$  reste toujours positif. Si l'on considère

successivement les deux cas :  $\gamma - p_e(n) \geq 0$  et  $\gamma - p_e(n) < 0$  correspondant respectivement aux cas  $u_e(n) \geq 0$  et  $u_e(n) < 0$ ,  $u_e(n)$  peut s'exprimer exactement et sans faire intervenir l'inconnue  $p_e(n)$ , sous la forme :

$$5 \quad u_e(n) = \frac{1}{2} \text{sign}(\gamma - V)(-bc_0 W^2 + W\sqrt{(bc_0 W)^2 + 4|\gamma - V|})$$

De la sorte, le calcul de la pression acoustique et du débit au niveau de l'embouchure à un instant échantillonné  $n$ , peut s'effectuer en utilisant de façon séquentielle les équations suivantes :

$$10 \quad x(n) = b_{1a}p_e(n-1) + a_{1a}x(n-1) + a_{2a}x(n-2) \quad (21)$$

$$V = -a_1 u_e(n-1) - b_0 u_e(n-2D) + a_1 p_e(n-1) - b_0 p_e(n-2D) \quad (22)$$

$$W = \frac{1}{2} (1 - \text{sign}(\gamma - x(n) - 1)) \zeta (1 - \gamma + x(n)) \quad (23)$$

$$15 \quad u_e(n) = \frac{1}{2} \text{sign}(\gamma - V)(-bc_0 W^2 + W\sqrt{(bc_0 W)^2 + 4|\gamma - V|}) \quad (24)$$

$$p_e(n) = bc_0 u_e(n) + V \quad (25)$$

20 Ainsi, l'invention permet de résoudre dans le domaine temporel le système d'équations régissant la modélisation physique de l'instrument, à partir d'une formulation échantillonnée équivalente de la réponse impulsionnelle du déplacement de l'anche, de la relation d'impédance et de la caractéristique non linéaire, qui se traduit par le système d'équations 18, 19, 20, dans lequel :

- l'équation (18) est une transcription numérique du modèle (m) de la figure 4,
- l'équation (19) est une transcription numérique du modèle d'impédance de la figure 2,
- 30 - l'équation (20) est une transcription numérique de la caractéristique non linéaire reliant le déplacement de l'anche et la pression acoustique avec le débit acoustique.

En regroupant les termes qui ne dépendent pas de l'échantillon temporel  $n$ , le procédé selon l'invention permet, en effet, de déterminer le débit et la pression à l'entrée du résonateur par un calcul séquentiel des équations 21 à 25, et de résoudre, dans le domaine temporel, le système d'équations 9, 10, 11 régissant la modélisation physique d'un instrument à anche du type clarinette, afin de synthétiser les sons produits par un tel instrument.

A titre d'exemple, la figure 7 montre la variation de la pression acoustique interne au niveau de l'embouchure, calculée par un tel modèle non linéaire faisant appel à des guides d'ondes, pour un tuyau de longueur  $L=0,5\text{m}$  et de rayon  $R=7\text{mm}$ , les valeurs des paramètres étant  $\gamma=0,4$ ,  $\zeta=0,4$ ,  $f_r=2205\text{ Hz}$ ,  $q_r=0,3$ .

On observe trois phases : le transitoire d'attaque correspondant à une augmentation brutale de  $\gamma$  et  $\zeta$ , le régime permanent pendant lequel  $\gamma$  et  $\zeta$  diminuent progressivement, de façon linéaire, jusqu'au seuil d'oscillation, et le transitoire d'extinction.

En pratique, la mise en œuvre numérique d'un tel modèle à guides d'ondes non linéaire, peut se faire en utilisant des éléments se trouvant dans le commerce. Par exemple, on peut effectuer une mise en œuvre numérique en langage C sous forme d'un objet externe « clarinette » pour l'environnement connu sous la marque Max-MSP, piloté à partir de commandes MIDI fournies par un contrôleur Yamaha WX5®. Ce contrôleur mesure la pression des lèvres sur l'anche, qui contrôle le paramètre  $\zeta$ , et la pression du souffle, qui contrôle le paramètre  $\gamma$ . Ces informations reçues au format MIDI (donc entre 0 et 127) sont renormalisées pour correspondre à l'échelle des paramètres physiques. L'accord du guide d'onde est réalisé à partir de l'information MIDI pitch contrôlée à partir du doigté qui détermine la longueur  $L$  du tuyau.

Cependant, comme dans un instrument réel, la hauteur change en fonction des paramètres physiques tels que  $\gamma$ ,  $\zeta$ ,  $\omega_r$  et  $q_r$ . Or, en réalité, un instrument de musique n'est pas parfaitement accordé pour tous les doigtés. L'utilisation d'un filtre passe-tout pour la mise en œuvre de la partie fractionnaire du retard  $D$  n'est donc pas indispensable.

En pratique, il apparaît que les sensations de jeu d'un tel instrument virtuel sont tout à fait comparables à celles d'un instrument réel.

Cependant, le procédé qui vient d'être décrit pour la simulation du son d'un instrument à anche du type clarinette, peut encore être perfectionné.

On sait, en effet, que la pression acoustique au niveau de l'embouchure n'est pas la variable représentative du son perçu. Il est donc  
 5 intéressant de calculer la pression externe qui, pour un tuyau cylindrique, peut s'exprimer comme la dérivée en fonction du temps, du débit sortant :  
 $p_{\text{ext}}(t) = \frac{du_s(t)}{dt}$ . En négligeant encore le rayonnement, ce qui entraîne  $p_s(t)=0$ , il vient :

$$\begin{aligned} P_e(\omega) &= i \sin(k(\omega)L) U_s(\omega) \\ U_e(\omega) &= \cos(k(\omega)L) U_s(\omega) \end{aligned}$$

d'où l'on tire :

$$U_s(\omega) = \exp(-ik(\omega)L) (P_e(\omega) + U_e(\omega))$$

15 Du point de vue perception, le terme  $\exp(-ik(\omega)L)$  est négligeable. L'expression ci-dessus peut donc être simplifiée et devient :

$$p_{\text{ext}}(t) = \frac{d}{dt} (p_e(t) + u_e(t)) \quad (26)$$

20 Ainsi, d'un point de vue numérique, le calcul, à chaque instant échantillonné ( $n$ ), de la pression externe  $p_{\text{ext}}(n)$ , se réduit à une simple différence entre la somme de la pression interne et du débit, entre l'instant ( $n$ ) et l'instant ( $n-1$ ).

25 D'autre part, des mesures physiques ont montré que les vibrations d'une anche étaient plus complexes qu'une simple sinusoïde amortie. Il est donc apparu que le modèle simple décrit plus haut pouvait être perfectionné de façon à améliorer la qualité du son produit, tel qu'il est perçu. Pour cela, on considère un modèle très simplifié d'anche sous forme d'une corde  
 30 encastrée libre. Ainsi, le modèle d'impédance d'un tuyau cylindrique décrit plus haut, qui génère principalement des harmoniques impaires, sert de base pour la réalisation d'un modèle d'anche à mode multiple satisfaisant la même

condition  $x(0)=0$ , ce qui permet de conserver le schéma de résolution numérique des équations 21 à 25 indiquées plus haut.

Etant donné que la valeur de l'impédance est réelle pour tous les pics de résonance, sa réponse impulsionnelle est une somme de fonctions cosinus. D'autre part, on a vu que la réponse impulsionnelle d'un modèle d'anche à mode unique est une fonction sinusoïdale. On va donc utiliser, dans la définition du modèle, la fonction de transfert entre une sinusoïde amortie et une cosinusoïde amortie. En conservant les mêmes notations, la transformée de Fourier de  $x(t) = \frac{2\omega_r}{\sqrt{4 - q_r^2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \omega_r q_r t\right) \sin\left(\frac{1}{2} \sqrt{4 - q_r^2} \omega_r t\right)$

10 est donnée par :  $X(\omega) = \frac{\omega_r^2}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\omega q_r \omega_r}$ .

De même, la transformée de Fourier de  $y(t) = \frac{2\omega_r}{\sqrt{4 - q_r^2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \omega_r q_r t\right) \cos\left[\frac{1}{2} \sqrt{4 - q_r^2} \omega_r t\right]$  est donnée par :

$$Y(\omega) = \frac{\omega_r (\omega_r q_r + 2i\omega)}{\sqrt{4 - q_r^2} (\omega_r^2 - \omega^2 + i\omega q_r \omega_r)}$$

15

La fonction de transfert entre  $y(t)$  et  $x(t)$  est alors :  $\frac{X(\omega)}{Y(\omega)} = \frac{\sqrt{4 - q_r^2} \omega_r}{\omega_r q_r + 2i\omega}$ .

On peut ainsi écrire le modèle de transmittance sous la forme :

$$\frac{X(\omega)}{P_e(\omega)} = \frac{C \left( 1 - B \exp\left(-i \frac{\pi\omega}{\omega_a}\right) \right)}{\left( \frac{1}{2} \omega_r q_r + i\omega \right) \left( 1 + B \exp\left(-i \frac{\pi\omega}{\omega_a}\right) \right)}$$

20

Pour déterminer les trois inconnues  $\omega_a$ ,  $C$ ,  $B$ , on s'impose trois conditions. La première est de conserver la fréquence du premier pic, qui est le pic maximal. On choisit pour cela,  $\omega_a = \omega_r$  en supposant que le décalage de fréquence résultant du facteur de qualité  $q_r$  est négligeable.

La seconde condition, satisfaite par le modèle d'anche à mode unique, consiste à imposer une valeur unitaire du module de transmittance pour  $\omega=0$  de façon à maintenir  $X(\omega) \approx P_e(\omega)$  aux basses fréquences.

La troisième condition est une valeur imposée de  $\frac{1}{q_r}$  pour le module de la transmittance à la fréquence  $\omega_r$ , afin de conserver la hauteur du pic du modèle d'anche à mode unique.

Grâce à ces trois conditions, la fonction de transfert ainsi réalisée reproduit les caractéristiques principales du modèle d'anche à mode unique.

Les deux premières conditions conduisent au système d'équations :

$$\frac{2C(1+B)}{\omega_r \sqrt{q_r^2 + 4(1-B)}} = \frac{1}{q_r}$$

$$\frac{2C(1-B)}{\omega_r q_r (1+B)} = 1$$

en posant :  $A_1 = \frac{2}{\omega_r \sqrt{q_r^2 + 4}}$ ,  $A_2 = \frac{1}{2} \omega_r q_r$  et  $A_3 = A_2 A_1 q_r$ , les coefficients

B et C résolvant le système sont donnés par :

$$B = \frac{1 + A_3 - 2\sqrt{A_3}}{1 - A_3} \quad (27)$$

$$C = \frac{A_3 - \sqrt{A_3}}{(\sqrt{A_3} - 1) q_r A_1} \quad (28)$$

De même que pour le cas de l'anche à mode unique, on va construire un modèle numérique dans lequel le déplacement de l'anche à l'instant échantillonné  $t_n = \frac{n}{f_e}$  est fonction de la pression acoustique, non pas à l'instant

$t_n$  mais à l'instant  $t_{n-1} = \frac{n-1}{f_e}$ . Ceci est possible du fait que la réponse impulsionnelle du modèle est la somme de fonctions sinusoïdales amorties.



Pour remplir cette condition, on utilise une approximation de  $i\omega$  sous la forme  $i\omega \approx f_e(z-1) = f_e(\exp(i\omega) - 1)$ .

De plus, pour ajouter au modèle un paramètre de contrôle supplémentaire, on remplace le coefficient  $B$  par un filtre tel que  
 5  $B \approx \frac{b_a}{1 - a_a \exp(-i\omega)}$ . Ainsi, on peut ajuster l'amortissement des harmoniques en fonction de l'amortissement de la fondamentale. Pour conserver la caractéristique  $X(0)=1$ , les paramètres  $b_a$  et  $a_a$  sont liés par l'équation  $B = \frac{b_a}{1 - a_a}$ .

Le terme  $\exp\left(-i \frac{\pi\omega}{\omega_a}\right)$  est remplacé par son équivalent échantillonné :

10  $z^{-D_a} = \exp(-i\omega D_a)$  avec le retard  $D_a$  défini par :  $D_a = E\left(\frac{\pi f_e}{\omega_r}\right)$  dans lequel  $E$  indique la partie entière.

Si l'on note :  $\beta = \frac{1}{2} \omega_r q_r$ , la fonction de transfert numérique s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{X(z)}{P_e(z)} &= \frac{C(z^{D_a+1} - a_a z^{D_a} - b_a z)}{(\beta + f_e(z-1))(z^{D_a+1} - a_a z^{D_a} + b_a z)} \\ 15 \quad &= \frac{C(z^{-1} - a_a z^{-2} - b_a z^{-D_a-1})}{f_e - (f_e(1+a_a) - \beta)z^{-1} - a_a(\beta - f_e)z^{-2} + f_e b_a z^{-D_a} - b_a(f_e - \beta)z^{-D_a-1}} \end{aligned}$$

ce qui conduit à l'équation aux différences :

$$20 \quad x(n) = b_{a1}p_e(n-1) + b_{a2}p_e(n-2) + b_{aD1}p_e(n-D_a-1) + a_{a1}x(n-1) + a_{a2}x(n-2) + a_{aD}x(n-D_a) + a_{aD1}x(n-D_a-1) \quad (29)$$

dans laquelle les coefficients  $a_{a1}$ ,  $a_{a2}$ ,  $a_{aD2}$ ,  $a_{aD1}$  sont définis par :

$$a_{a1} = \frac{f_e(1+a_a) - \beta}{f_e}, \quad a_{a2} = \frac{a_a(\beta - f_e)}{f_e}, \quad a_{aD} = -b_a, \quad a_{aD1} = \frac{b_a(f_e - \beta)}{f_e}$$

et les coefficients  $b_{a1}$ ,  $b_{a2}$ ,  $b_{aD1}$  par :

$$25 \quad b_{a1} = \frac{C}{f_e}, \quad b_{a2} = \frac{-Ca_a}{f_e}, \quad b_{aD1} = \frac{-Cb_a}{f_e}.$$

On remarque que l'équation 29 ainsi établie permet de déterminer le déplacement adimensionné  $x(n)$  de l'anche à l'instant échantillonné ( $n$ ), à partir des instants précédents.

Il apparaît donc que le schéma de calcul numérique du son dans le cas d'un modèle d'anche multimode peut être le même que celui de l'anche à mode unique en remplaçant l'équation 21 par l'équation 29 qui est une autre transcription numérique du modèle ( $m$ ) de la figure 4.

A titre d'exemple, la figure 8, qui est analogue aux figures 1 et 6, donne, pour un modèle approché d'anche multimode calculé selon l'invention, deux diagrammes représentant respectivement, en trait plein, à gauche la fonction de transfert et à droite la réponse impulsionnelle avec une fréquence d'échantillonnage  $f_e=44100$  Hertz, les paramètres ayant des valeurs  $f_r=1837,5$  Hz,  $q_r=0,2$ ,  $a_a=0$ .

Sur les mêmes diagrammes, on a superposé, en traits interrompus, la fonction de transfert et la réponse impulsionnelle du modèle de anche unique telles que représentées sur la figure 6.

Selon un autre développement de l'invention, on peut aussi améliorer le modèle de son de clarinette de façon à le rendre plus naturel en lui incorporant un certain bruit, le système étant ainsi plus réaliste. Etant donné que le bruit est créé par une turbulence au niveau de l'anche avant le début du tuyau, le bruit est ajouté à  $x(t)$ . Il apparaît d'autre part que, en pratique, le niveau de bruit dépend de la pression du souffle alors que sa « couleur » dépend de la pression des lèvres sur l'anche. En effet, d'un point de vue physique, plus l'anche est pressée, plus faible est l'ouverture entre l'anche et le tuyau et plus importante est la turbulence. On utilisera donc un simple modèle de bruit dont le niveau est piloté par  $\gamma$  et la brillance pilotée par  $\zeta$ .

Pour la mise en œuvre numérique d'un tel modèle de bruit, on utilisera un filtrage passe-bas d'un bruit blanc. La fonction de transfert de ce filtre est donnée par  $T_b(z) = \frac{b_b(1 - a_b)}{1 - a_b z^{-1}}$ , le coefficient  $b_b$  étant piloté par  $\gamma$ , et le coefficient  $a_b$  piloté par  $\zeta$ . Les lois de variation de  $b_b$  et  $a_a$  peuvent être déterminées de telle sorte que le son simulé par le modèle soit aussi réaliste que possible.

Les deux diagrammes de la figure 9 montrent à titre d'exemple, la variation du module du spectre de la pression acoustique externe

correspondant au son produit par le modèle, respectivement sur le diagramme du haut pour une anche à mode unique et sur le diagramme du bas pour une anche à mode multiple avec bruit additionnel, les paramètres de simulation étant les suivants :

5

$$f_r=2205 \text{ Hz}, q_r=0.25, a_a=0, \gamma=0.44, \zeta=0.4, L=0.48 \text{ m}, R=7 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Comme on l'a indiqué, le procédé selon l'invention, tel qu'il vient d'être décrit en détail, a pour objet la simulation de sons produits par un instrument  
10 de musique à anche et à résonateur cylindrique, du type clarinette. Mais l'invention ne se limite pas à une telle application et peut, au contraire, faire l'objet de nombreux développements.

En effet, à partir du modèle physique non linéaire, faisant appel à des guides d'onde et schématisé sur la figure 4, ainsi que de sa transcription  
15 numérique selon la séquence des équations 21 à 25, il va être possible, de simuler le fonctionnement d'un résonateur ayant une géométrie quelconque, en modifiant le modèle d'impédance pour résonateur cylindrique et les équations aux différences associées, pour les remplacer par des impédances et des équations aux différences plus complexes.

Tout en conservant les propriétés du modèle qui vient d'être décrit,  
20 d'autres modèles d'impédance plus complexes peuvent, en effet, être bâtis en combinant certains éléments d'impédance en parallèle ou en série et en proposant des approximations numériques permettant un usage explicite des variables physiques et un contrôle plus flexible de l'instrument numérique.

A titre d'exemple, on va maintenant décrire certains développements  
25 du modèle de base pour résonateur cylindrique, en se référant aux figures 10 à 13 qui représentent des schémas de calcul équivalents faisant appel à des guides d'ondes et correspondant à des résonateurs ayant des géométries diverses. D'une façon générale, sur ces schémas, l'opérateur  $C(\omega)$  représente l'impédance d'entrée et  $C^{-1}(\omega)$  l'admittance d'entrée d'un  
30 résonateur cylindrique, le modèle numérique correspondant à  $C^{-1}(\omega)$  étant obtenu en changeant simplement le signe du coefficient  $b_0$ .

Un premier perfectionnement du modèle de base qui vient d'être décrit  
35 en se référant aux figures 2 et 4, va permettre, en faisant appel, de façon analogue, à des guides d'onde, de réaliser un modèle physique pour

résonateur cylindrique avec impédance terminale. Un tel élément permettra, par exemple, de relier entre elles des portions de résonateurs cylindriques ayant des longueurs et des sections différentes, de façon à simuler l'impédance d'entrée d'un conduit de section variable, ou bien de prendre en  
 5 compte l'impédance de rayonnement.

Pour cela, on considère le formalisme de la ligne de transmission liant la pression et le débit acoustiques à l'entrée du résonateur ( $P_e(\omega)$ ,  $U_e(\omega)$ ) et à son extrémité ouverte ( $P_s(\omega)$ ,  $U_s(\omega)$ ).

Si l'on note  $Z_c = \frac{\rho c}{\pi R^2}$  l'impédance caractéristique on a :

10

$$P_e(\omega) = \cos(k(\omega)L)P_s(\omega) + iZ_c \sin(k(\omega)L)U_s(\omega)$$

$$U_e(\omega) = \frac{i}{Z_c} \sin(k(\omega)L)P_s(\omega) + \cos(k(\omega)L)U_s(\omega)$$

15

En notant  $Z_s = \frac{P_s(\omega)}{U_s(\omega)}$  l'impédance de sortie et  $R(\omega) = \frac{Z_c - Z_s(\omega)}{Z_c + Z_s(\omega)}$ ,

on peut écrire l'impédance d'entrée de deux façons différentes :

$$\frac{P_e(\omega)}{Z_c U_e(\omega)} = \frac{\frac{Z_s(\omega)}{Z_c} + i \tan(k(\omega)L)}{1 + i \frac{Z_s(\omega)}{Z_c} \tan(k(\omega)L)} \quad (30)$$

20

$$= \frac{1 - R(\omega) \exp(-2ik(\omega)L)}{1 + R(\omega) \exp(-2ik(\omega)L)} \quad (31)$$

L'équation 31 montre donc que l'impédance d'un résonateur cylindrique avec impédance terminale peut être obtenue à partir de l'impédance d'un résonateur cylindrique sans impédance terminale, en remplaçant :

25

$\exp(-2ik(\omega)L)$  par  $R(\omega)\exp(-2ik(\omega)L)$ .

La Figure 10 donne un schéma équivalent de calcul faisant appel à des guides d'onde, pour la mise en œuvre de l'équation 30, permettant de calculer l'impédance d'un résonateur cylindrique avec impédance terminale.

Un tel modèle permet de générer en cascade l'impédance d'entrée d'un conduit ayant une géométrie quelconque et peut même s'appliquer à la simulation du conduit vocal.

5 Mais l'invention peut faire l'objet de bien d'autres développements et permet en particulier, à partir du modèle de base physique pour résonateur cylindrique schématisé sur la figure 4, de construire des modèles spécifiques pour la simulation de divers instruments de musique.

C'est ainsi que dans un premier développement du modèle de base, on va construire un modèle pour résonateur conique, utilisable, par exemple, 10 pour la simulation d'un saxophone.

Si l'on appelle L la longueur du tuyau, R son rayon d'entrée,  $\theta$  son ouverture, la distance  $x_e$  entre le sommet du cône et l'entrée est :

$$x_e = \frac{R}{\left(\sin \frac{\theta}{2}\right)}$$

15 L'impédance d'entrée, relative à l'impédance caractéristique

$Z_c = \frac{P_c}{\pi R^2}$  est alors donnée par l'expression :

$$\frac{P_e(\omega)}{Z_c U_e(\omega)} = \frac{1}{\frac{1}{i\omega \frac{x_e}{c}} + \frac{1}{i \tan(k(\omega)L)}} \quad (32)$$

qui peut s'écrire sous la forme :

20

$$\frac{P_e(\omega)}{Z_c U_e(\omega)} = \frac{i\omega \frac{x_e}{c}}{1 + \frac{i\omega \frac{x_e}{c}}{i \tan(k(\omega)L)}}$$

La Figure 11 donne un schéma équivalent de calcul faisant appel à des guides d'onde, dans lequel l'élément noté D est l'opérateur différentiel  $D=i\omega$  et l'élément noté  $C^{-1}(\omega)$  correspond au schéma de la figure 2 en remplaçant  $-\exp(-2ik(\omega)L)$  par  $+\exp(-2ik(\omega)L)$ . 25

Les équations aux différences correspondantes peuvent être établies en suivant un processus analogue à celui qui a été décrit plus haut.

Ainsi, en utilisant la transformée bilinéaire pour approximer  $i\omega$ , la fonction de transfert numérique d'un résonateur conique est donnée par :

$$\frac{P_e(z)}{Z_c U_e(z)} = \frac{1}{\frac{z+1}{2f_e \frac{x_e}{c}(z-1)} + \frac{1-a_1 z^{-1} + b_0 z^{-2D}}{1-a_1 z^{-1} - b_0 z^{-2D}}}$$

5

En notant :  $G_p = 1 + \frac{1}{2f_e \frac{x_e}{c}}$  et  $G_m = 1 - \frac{1}{2f_e \frac{x_e}{c}}$ , la fonction de transfert

se réduit à :

$$\frac{P_e(z)}{Z_c U_e(z)} = \frac{1 - (a_1 + 1)z^{-1} + a_1 z^{-2} - b_0 z^{-2D} + b_0 z^{-2D-1}}{G_p - (a_1 G_p + G_m)z^{-1} + a_1 G_m z^{-2} + b_0 G_m z^{-2D} - b_0 G_p z^{-2D-1}}$$

10

d'où l'on tire l'équation aux différences :

$$p_e(n) = bc_0 u_e(n) + bc_1 u_e(n-1) + bc_2 u_e(n-2) + bc_D u_e(n-2D) + bc_{D1} u_e(n-2D-1) + ac_1 p_e(n-1) + ac_2 p_e(n-2) + ac_D p_e(n-2D) + ac_{D1} p_e(n-2D-1) \quad (33)$$

15

dans laquelle les coefficients  $bc_0$ ,  $bc_1$ ,  $bc_2$ ,  $bc_D$  et  $bc_{D1}$  sont définis par :

$$bc_0 = \frac{1}{G_p}, \quad bc_1 = -\frac{a_1 + 1}{G_p}, \quad bc_2 = \frac{a_1}{G_p}, \quad bc_D = -\frac{b_0}{G_p}, \quad bc_{D1} = \frac{b_0}{G_p}$$

20

et les coefficients  $ac_1$ ,  $ac_2$ ,  $ac_D$  et  $ac_{D1}$  sont définis par :

$$ac_1 = -\frac{a_1 G_p + G_m}{G_p}, \quad ac_2 = \frac{a_1 G_m}{G_p}, \quad ac_D = -\frac{b_0 G_m}{G_p}, \quad ac_{D1} = b_0$$

25

De façon analogue, l'invention peut s'appliquer au cas de résonateurs courts qui apparaissent, par exemple, dans l'embouchure d'un cuivre ou d'un trou de registre.

Pour cela, on admet que le rayon du résonateur court est suffisamment grand pour conserver le modèle de perte utilisé jusqu'à présent.

Cette approximation d'un résonateur court se fera en approximant l'impédance  $Z_l(\omega) = i \tan(k(\omega)l)$  pour des valeurs faibles de  $k(\omega)l$ .

On arrive ainsi à l'expression

$$Z_l(\omega) = i \tan(k(\omega)l) \cong G(\omega) + i\omega H(\omega) \quad (34)$$

$$\text{dans laquelle } G(\omega) = \frac{1 - \exp\left(-\alpha c \sqrt{\frac{\omega}{2}} l\right)}{1 + \exp\left(-\alpha c \sqrt{\frac{\omega}{2}} l\right)} \text{ et } H(\omega) = \frac{1}{c} (1 - G(\omega)).$$

Dans un autre développement du modèle de base pour résonateur cylindrique, l'invention permet également de simuler l'ensemble d'un résonateur de type cuivre.

Dans ce cas, on modélisera l'embouchure par un résonateur de Helmholtz comprenant une cavité hémisphérique couplée avec un tuyau court cylindrique et un résonateur principal à tuyau conique.

L'impédance d'entrée de l'ensemble du résonateur peut s'exprimer par :

$$Z_e(\omega) = \frac{\frac{1}{Z_n}}{i\omega \frac{V}{\rho c^2} + \frac{1}{Z_1 \tan(k_1(\omega)L_1) + Z_2 \frac{i\omega \frac{xe}{c}}{1 + \frac{i\omega \frac{xe}{c}}{\tan(k_2(\omega)L_2)}}}}$$

dans laquelle  $V = \frac{4}{3} \pi R_b^3$  est le volume de la cavité hémisphérique,  $L_1$  est la longueur du tuyau court,  $L_2$  est la longueur du tuyau conique,  $Z_1$  et  $Z_2$  sont les impédances caractéristiques des deux tuyaux qui dépendent de leurs rayons,  $k_1(\omega)$  et  $k_2(\omega)$  tiennent compte des pertes et du rayon  $R_1$  et  $R_2$  de chaque tuyau.

Cette équation peut être écrite sous la forme :

$$Z_n Z_e(\omega) = \frac{iZ_1 \tan(k_1(\omega)L_1) + Z_2 \frac{i\omega \frac{X_e}{c}}{1 + \frac{i\omega \frac{X_e}{c}}{i \tan(k_2(\omega)L_2)}}}{1 + i\omega \frac{V}{\rho c^2} \left( iZ_1 \tan(k_1(\omega)L_1) + Z_2 \frac{i\omega \frac{X_e}{c}}{1 + \frac{i\omega \frac{X_e}{c}}{i \tan(k_2(\omega)L_2)}} \right)}$$

On peut ainsi établir le schéma équivalent de calcul représenté sur la figure 12, dans lequel l'opérateur noté  $C_1(\omega)$  correspond au schéma de la figure 4 et l'opérateur noté  $S(\omega)$  correspond à l'impédance d'entrée du tuyau conique et au schéma de la figure 11.

Des méthodes de résolution analogues à celles qui ont été décrites précédemment permettent d'exprimer le modèle équivalent numérique et les équations aux différences correspondantes. L'impédance du tuyau court peut être modélisée en utilisant l'approximation exprimée par l'équation (34) précédente. L'impédance du tuyau conique est représentée par le modèle correspondant à l'équation aux différences (33). L'admittance de la cavité  $i\omega \frac{V}{\rho c^2}$  est approximée par la transformation bilinéaire  $d \frac{z-1}{z+1}$ , où  $d=2f_0$ .

En considérant l'association de la cavité hémisphérique et du tuyau court comme un résonateur de Helmholtz ayant pour fréquence de résonance  $\omega_h = c \sqrt{\frac{S_1}{L_1 V}}$ , on peut utiliser cette fréquence  $\omega_h$  pour approximer  $G(\omega)$  par  $G(\omega_h)$  et  $H(\omega)$  par  $H(\omega_h)$ . Les deux fréquences utilisées pour le calcul des coefficients  $a_1$  and  $b_0$  sont  $\omega_1 = \frac{c(12\pi L + 9\pi^2 X_e + 16L)}{4L(4L + 3\pi X_e + 4X_e)}$  qui correspond au premier pic d'impédance du tuyau conique, et  $\omega_2 = \omega_h$ . De plus, on utilisera  $Z_n = \frac{\rho c}{S_2} = Z_2$  pour normaliser l'impédance d'entrée.

L'impédance numérique d'un résonateur de type cuivre est ainsi donnée par l'expression :



$$Z_e(z) = \frac{\frac{S_n}{\rho c}}{\frac{Vd(z-1)}{\rho c^2(z+1)} + \frac{1}{\frac{\rho c}{S_1} C_1(z) + \frac{\rho c}{S_2} S_2(z)}} \quad (35)$$

qui peut être simplifiée sous la forme :

$$Z_e(z) = \frac{\sum_{k=0}^{k=4} bc_k z^{-k} + \sum_{k=0}^{k=3} bc_{Dk} z^{-2D-k}}{ac_0 - \sum_{k=1}^{k=4} ac_k z^{-k} - \sum_{k=0}^{k=3} ac_{Dk} z^{-2D-k}}$$

d'où l'on tire l'équation aux différences :

$$p_e(n) = \sum_{k=0}^{k=4} bc_k u_e(n-k) + \sum_{k=0}^{k=3} bc_{Dk} u_e(n-k-2D) + \sum_{k=1}^{k=4} ac_k p_e(n-k) + \sum_{k=0}^{k=3} ac_{Dk} p_e(n-k-2D) \quad (36)$$

Les coefficients découlent d'un calcul direct à partir de l'équation (35).

L'invention peut encore être appliquée à la modélisation d'un résonateur cylindrique avec trous de registre. On utilisera, à cet effet, des éléments faisant appel à des guides d'ondes et correspondant respectivement à un modèle physique de tuyau cylindrique avec impédance terminale représentant un tuyau de longueur  $L_1$  entre l'embouchure et le trou de registre, un modèle de tuyau court qui représente le trou de registre de longueur  $h_t$  et le modèle de base pour tuyau cylindrique représentant un tuyau de longueur  $L_2$  entre le trou de registre et l'extrémité ouverte.

L'impédance terminale de la première partie du tuyau peut s'écrire :

$$Z_s(\omega) = \frac{1}{\frac{1}{Z_1 C_1(\omega)} + \frac{1}{Z_2 C_2(\omega)}}$$

En écrivant cette expression sous la forme :

$$Z_s(\omega) = \frac{Z_2 C_2(\omega)}{1 + \frac{Z_2}{Z_1} \frac{C_2(\omega)}{C_1(\omega)}}$$

on peut établir un schéma général de calcul par guides d'onde représenté sur la Figure 13, qui, dans le cas qui vient d'être décrit, est utilisé pour calculer l'impédance terminale par une combinaison en parallèle des  
5 impédances  $Z_2 C_2(\omega)$  et  $Z_1 C_1(\omega)$ .

Dans le cas limite d'un trou de registre fermé, avec deux parties du tuyau ayant le même rayon, on pose  $Z_1 C_1(\omega) = \infty$  et  $Z_2 = Z_c$

d'où il vient  $Z_s(\omega) = iZ_c \tan(k(\omega)L_2)$  et  $Z_c(\omega) = iZ_c \tan(k(\omega)(L_1 + L_2))$ .

10 L'impédance totale d'entrée du tuyau peut alors s'exprimer par :

$$\frac{P_e(\omega)}{Z_c U_e(\omega)} = \frac{(C_2(\omega) + C_1(\omega))Z_1 C_1(\omega) + Z_c C_1(\omega)C_2(\omega)}{(1 + C_1(\omega)C_2(\omega))Z_1 C_1(\omega) + Z_c C_2(\omega)} \quad (37)$$

En utilisant  $i\omega = f_e(1 - Z^{-1})$  dans l'impédance du tuyau court, comme  
15 précédemment, il en découle directement l'équation aux différences.

Ainsi, le modèle de simulation du résonateur cylindrique du type clarinette, obtenu par transposition directe des équations simplifiées du comportement physique de l'instrument, peut être adapté à la simulation d'instruments à résonateur non cylindrique, tel que le saxophone, la  
20 trompette ou autres instruments à tuyau de cuivre.

Mais l'invention ne se limite pas à un tel mode de réalisation et aux adaptations qui viennent d'être décrites car, sans s'écarter du cadre de protection défini par les revendications, elle peut s'appliquer à la simulation d'autres types d'instruments, par exemple à corde frottée comme le violon ou  
25 frappée comme le piano, les variables de la relation d'impédance étant alors la force exercée en un point sur la corde par l'archet ou le marteau et la vitesse de la corde en ce point.

En effet, dans le cas d'une corde, la relation d'impédance mécanique entre la force exercée sur la corde en un point quelconque et la vitesse en  
30 résultant, permet d'exprimer l'admittance mécanique de la corde en ce point sous forme d'une combinaison en parallèle des admittances de chaque portion de corde selon le schéma de la figure 13, dans lequel les éléments

notés  $C_2$  et  $C_t$  représentent l'admittance de chaque portion de corde et correspondent au schéma de la figure 2, le filtre  $F(\omega)$  du modèle de base pouvant être exprimé, soit à partir d'un modèle de propagation d'ondes de flexion dans une corde munie de raideur, soit à partir de mesures expérimentales. En effet, l'admittance mécanique de chaque portion joue le rôle d'une impédance acoustique.

En outre, la méthode selon l'invention pourrait aussi s'appliquer à la simulation d'autres phénomènes oscillants, grâce à une adaptation de certaines équations aux différences et un choix de coefficients tenant compte des caractéristiques physiques des phénomènes à simuler.

## REVENDECATIONS

1. Procédé de simulation numérique d'une interaction non linéaire entre une source excitatrice et une onde dans un résonateur, au moyen d'outils de calcul de signaux numériques à partir d'équations dont la solution  
5 correspond à la manifestation physique d'un phénomène à simuler qui se traduit, à chaque instant et en chaque point du résonateur, par une relation d'impédance entre deux variables représentatives de l'effet et de la cause dudit phénomène à simuler, procédé dans lequel on transcrit directement l'équation de l'impédance sous forme d'un modèle faisant appel à des guides  
10 d'ondes pour réaliser une interaction non linéaire entre les deux variables de la relation d'impédance.

2. Procédé selon la revendication 1, de simulation d'un phénomène oscillant, caractérisé par le fait que le modèle comporte, d'une part au moins une partie linéaire représentant directement l'impédance d'entrée du  
15 résonateur et, d'autre part, une partie non linéaire modélisant le rôle de la source excitatrice du phénomène à simuler.

3. Procédé de simulation selon l'une des revendications 1 et 2, pour la synthèse numérique, en temps réel, d'un phénomène oscillant, caractérisé par le fait que, à partir d'un système d'équations entre au moins deux  
20 variables représentatives du comportement d'une onde dans le résonateur, on établit une expression de l'impédance d'entrée du résonateur en terme de guide d'onde linéaire, sans décomposition en onde aller-retour, de façon à réaliser au moins une partie linéaire du modèle.

4. Procédé selon la revendication 3, caractérisé par le fait que la partie  
25 linéaire du modèle est couplée à une partie non linéaire faisant intervenir l'évolution de la non-linéarité telle qu'elle s'exprime entre les deux variables de la relation d'impédance d'entrée du résonateur.

5. Procédé selon la revendication 4, caractérisé par le fait que la partie linéaire du modèle de simulation numérique de l'équation de l'impédance fait  
30 appel à deux guides d'ondes élémentaires réalisant une fonction de transfert entre les deux variables de la relation d'impédance.

6. Procédé selon la revendication 5, caractérisé par le fait que la partie linéaire à deux guides d'onde du modèle est couplée à une boucle reliant la sortie à l'entrée de ladite partie linéaire et comprenant une fonction faisant  
35 intervenir la non-linéarité telle qu'elle s'exprime physiquement.

7. Procédé selon la revendication 6, caractérisé par le fait que le modèle est piloté par au moins deux paramètres représentatifs de l'interaction physique non-linéaire entre la source et le résonateur, au moyen d'une boucle reliant la sortie à l'entrée de la partie linéaire et comprenant une  
 5 fonction non-linéaire jouant le rôle de source excitatrice pour le résonateur.

8. Procédé selon l'une des revendications précédentes, pour la synthèse en temps réel de sons produits par un instrument à vent, caractérisé par le fait que les deux variables de la relation d'impédance sont la pression et le débit acoustiques à l'entrée du résonateur.

10 9. Procédé selon la revendication 8, caractérisé par le fait que, pour un résonateur cylindrique ayant une extrémité ouverte, la partie linéaire du modèle de transcription numérique de l'équation de l'impédance constitue la somme de deux guides d'ondes élémentaires ayant pour source excitatrice le débit à l'entrée du résonateur et réalise la fonction de transfert :

$$15 \quad Z_e(\omega) = \frac{P_e(\omega)}{U_e(\omega)} = \frac{1}{1 + \exp(-2ik(\omega)L)} - \frac{\exp(-2ik(\omega)L)}{1 + \exp(-2ik(\omega)L)} \quad (12)$$

dans laquelle :

- $\omega$  est la pulsation de l'onde
- 20 -  $Z_e(\omega)$  est l'impédance d'entrée du résonateur,
- $P_e(\omega)$  et  $U_e(\omega)$  sont les transformées de Fourier des valeurs adimensionnées de la pression et du débit à l'entrée du résonateur,
- $k(\omega)$  est une fonction de la pulsation de l'onde qui dépend du  
 25 phénomène à simuler,
- $L$  est la longueur du résonateur.

10. Procédé selon la revendication 9, caractérisé par le fait que chacun des deux guides d'ondes fait intervenir un filtre ayant pour fonction  
 30 de transfert :

$$- F(\omega)^2 = - \exp(-2ik(\omega)L)$$

et représentant un trajet aller-retour d'une onde avec changement de signe à l'extrémité ouverte du résonateur, chaque guide d'onde correspondant à un terme de l'équation de l'impédance.

5 11. Procédé selon la revendication 10, caractérisé par le fait que le modèle est piloté par la longueur du résonateur et au moins deux paramètres représentatifs de l'interaction physique non linéaire entre la pression et le débit à l'entrée du résonateur, au moyen d'une boucle reliant la sortie à l'entrée de la partie linéaire et comprenant une fonction non linéaire jouant le rôle de source excitatrice pour le résonateur.

10 12. Procédé selon la revendication 11, caractérisé par le fait que la fonction non linéaire a comme paramètres d'entrée la pression et le déplacement de l'organe de formation des vibrations et est contrôlée par au moins deux paramètres de simulation du jeu d'un instrumentiste.

15 13. Procédé selon la revendication 12, caractérisé par le fait que les paramètres de jeu pour le contrôle de la fonction non linéaire sont :

- un paramètre  $\zeta$  caractéristique de l'embouchure et de l'action de l'instrumentiste sur l'organe de formation des vibrations,
- un paramètre  $\gamma$  représentatif de la pression appliquée sur l'organe de formation des vibrations.

20 14. Procédé selon l'une des revendications 10 à 13, caractérisé par le fait que, pour la synthèse en temps réel des sons à simuler, on réalise une formulation dans le domaine temporel de la réponse impulsionnelle de l'impédance du résonateur, en approximant les pertes représentées par le filtre au moyen d'un filtre numérique approché.

25 15. Procédé selon la revendication 14, caractérisé par le fait que l'on utilise un filtre numérique à un pôle en exprimant la fonction de transfert approchée sous la forme :

$$\tilde{F}(\omega) = \frac{b_0 \exp(-2i\omega D)}{1 - a_1 \exp(-i\omega)} \quad (13)$$

30

dans laquelle :

- $\omega = \frac{\omega}{f_e}$ ,  $f_e$  étant la fréquence d'échantillonnage,

-  $D = f_e \frac{L}{c}$  est le retard pur correspondant à un trajet aller ou retour

de l'onde dans le résonateur,

- les coefficients  $b_0$  et  $a_1$  sont exprimés en fonction des paramètres physiques de telle sorte que  $|F(\omega)^2|^2 = |\tilde{F}(\varpi)^2|^2$  pour une valeur  $\omega_1$  de la pulsation correspondant à la fréquence fondamentale de jeu et une autre valeur  $\omega_2$  correspondant à un harmonique.

16. Procédé selon la revendication 15, caractérisé par le fait que les coefficients  $b_0$  et  $a_1$  sont obtenus par résolution du système d'équation

$$|F(\omega_1)^2|^2 (1 + a_1^2 - 2a_1 \cos(\varpi_1)) = b_0^2$$

$$|F(\omega_2)^2|^2 (1 + a_1^2 - 2a_1 \cos(\varpi_2)) = b_0^2$$

avec  $|F(\omega)^2|^2 = \exp(-2\alpha c \sqrt{\frac{\omega}{2}} L)$ , lesdits coefficients étant donnés par

les formules :

$$a_1 = \frac{A_1 - A_2 - \sqrt{(A_1 - A_2)^2 - (F_1 - F_2)^2}}{F_1 - F_2}$$

$$b_0 = \frac{\sqrt{2F_1F_2(c_1 - c_2)(A_1 - A_2 - \sqrt{(A_1 - A_2)^2 - (F_1 - F_2)^2})}}{F_1 - F_2}$$

dans lesquelles

$$c_1 = \cos(\varpi_1), c_2 = \cos(\varpi_2), F_1 = |F(\omega_1)^2|^2, F_2 = |F(\omega_2)^2|^2,$$

$$A_1 = F_1 c_1, A_2 = F_2 c_2$$

17. Procédé selon la revendication 16, de simulation d'un instrument à anche à résonateur cylindrique, à partir d'une modélisation physique régie par le système d'équation :

$$\frac{1}{\omega_r^2} \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \frac{q_r}{\omega_r} \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = p_e(t)$$

$$P_e(\omega) = i \tan \left( \frac{\omega L}{c} - \frac{i^{3/2}}{2} \alpha c \omega^{1/2} L \right) U_e(\omega)$$

$$5 \quad u_e(t) = \frac{1}{2} (1 - \text{sign}(\gamma - x(t) - 1)) \text{sign}(\gamma - p_e(t)) \zeta(1 - \gamma + x(t)) \sqrt{|\gamma - p_e(t)|}$$

dans lequel  $\omega_r$  est la fréquence de résonance et  $q_r$  est le facteur de qualité de l'ancre, caractérisé par le fait que ledit système d'équations est résolu dans le domaine temporel à partir d'une formulation échantillonnée équivalente de la réponse impulsionnelle du déplacement de l'ancre et de la relation  
10 d'impédance qui se traduit par le système d'équations :

$$x(n) = b_{1a} p_e(n-1) + a_{1a} x(n-1) + a_{2a} x(n-2) \quad (18)$$

$$p_e(n) = u_e(n) - a_1 u_0(n-1) - b_0 u_e(n-2D) + a_1 p_e(n-1) - b_0 p_e(n-2D) \quad (19)$$

15

$$u_e(n) = \frac{1}{2} (1 - \text{sign}(\gamma - x(n) - 1)) \text{sign}(\gamma - p_e(n)) \zeta(n - \gamma + x(n)) \sqrt{|\gamma - p_e(n)|} \quad (20)$$

lesdites équations étant utilisées de manière séquentielle en regroupant les termes ne dépendant pas de l'échantillon temporel  $n$ , de façon à calculer successivement :

20

$$x(n) = b_{1a} p_e(n-1) + a_{1a} x(n-1) + a_{2a} x(n-2) \quad (21)$$

$$V = -a_1 u_e(n-1) - b_0 u_e(n-2D) + a_1 p_e(n-1) - b_0 p_e(n-2D) \quad (22)$$

$$25 \quad W = \frac{1}{2} (1 - \text{sign}(\gamma - x(n) - 1)) \zeta(n - \gamma + x(n)) \quad (23)$$

$$u_e(n) = \frac{1}{2} \text{sign}(\gamma - V) (-b c_0 W^2 + W \sqrt{(b c_0 W)^2 + 4|\gamma - V|}) \quad (24)$$

$$p_e(n) = b_0 c_0 u_e(n) + V \quad (25)$$

18. Procédé selon la revendication 17, pour une simulation plus  
30 réaliste du son produit, caractérisé par le fait que, en négligeant le



rayonnement, la pression externe s'exprime comme la dérivée en fonction du temps, du débit sortant, sous la forme

$$p_{\text{ext}}(t) = \frac{d}{dt} (p_e(t) + u_e(t)) \quad (26)$$

5 et est calculée, à chaque instant échantillonné (n), par différence entre les sommes de la pression interne  $p_e$  et du débit  $u_e$ , respectivement à l'instant (n) et à l'instant (n-1).

10 19. Procédé selon la revendication 17 de simulation d'un instrument à anche multimode, caractérisé par le fait que le calcul de la pression acoustique et du débit au niveau de l'embouchure s'effectue par résolution séquentielle d'un système d'équations dans lequel le déplacement de l'anche à chaque instant (n) est de la forme :

$$x(n) = b_{a1}p_e(n-1) + b_{a2}p_e(n-2) + b_{aD1}p_e(n-D_a-1) + a_{a1}x(n-1) + a_{a2}x(n-2) + a_{aD}x(n-D_a) + a_{aD1}x(n-D_a-1)$$

15

les coefficients  $a_{a1}$ ,  $a_{a2}$ ,  $a_{aD2}$ ,  $a_{aD1}$  étant définis par :

$$a_{a1} = \frac{f_e(1 + a_a) - \beta}{f_e}, \quad a_{a2} = \frac{a_a(\beta - f_e)}{f_e}, \quad a_{aD} = -b_a, \quad a_{aD1} = \frac{b_a(f_e - \beta)}{f_e}$$

et les coefficients  $b_{a1}$ ,  $b_{a2}$ ,  $b_{aD1}$  par :

20

$$b_{a1} = \frac{C}{f_e}, \quad b_{a2} = \frac{-Ca_a}{f_e}, \quad b_{aD1} = \frac{-Cb_a}{f_e}$$

$$\beta = \frac{1}{2} \omega_r q_r \quad \text{et} \quad C = \frac{A_3 - \sqrt{A_3}}{(\sqrt{A_3} - 1)q_r A_1} \quad (28)$$

$$\text{en posant : } A_1 = \frac{2}{\omega_r \sqrt{q_r^2 + 4}}, \quad A_2 = \frac{1}{2} \omega_r q_r \quad \text{et} \quad A_3 = A_2 A_1 q_r$$

25 les équations suivantes étant les mêmes que pour une anche à mode unique.

20. Procédé selon l'une des revendications 17 à 19, caractérisé par le fait que l'on réalise un modèle pour résonateur cylindrique avec impédance terminale à partir du modèle de base correspondant à un résonateur  
30 cylindrique et constituant la somme de deux guides d'onde faisant intervenir

chacun un filtre ayant pour fonction de transfert  $-F(\omega)^2 = -\exp(-2ik(\omega)L)$ , en remplaçant l'expression  $\exp(-2ik(\omega)L)$  par l'expression  $R(\omega)\exp(-2ik(\omega)L)$ , dans laquelle  $R(\omega) = \frac{Z_c - Z_s(\omega)}{Z_c + Z_s(\omega)}$ .

$Z_c$  étant l'impédance caractéristique  $\frac{\rho c}{\pi R^2}$  et  $Z_s$  l'impédance de sortie  $\frac{P_s(\omega)}{U_s(\omega)}$

5 21. Procédé selon l'une des revendications 17 à 20, caractérisé par le fait que, à partir du modèle d'impédance pour un instrument à résonateur cylindrique et des équations aux différences associées, on construit d'autres modèles d'impédance plus complexes pour la simulation de phénomènes oscillants produits par un résonateur de forme quelconque en combinant des  
10 éléments d'impédance en parallèle ou en série et en utilisant des approximations numériques pour un usage explicite des variables physiques intervenant dans la production desdits phénomènes oscillants et un contrôle plus flexible du résultat de la simulation.

22. Procédé selon l'une des revendications 17 à 21, caractérisé par le  
15 fait que, à partir du modèle de base pour résonateur cylindrique dans lequel la réponse impulsionnelle du déplacement de l'anche se traduit par un système d'équations aux différences donnant, à chaque instant (n), le déplacement  $x(n)$  la pression  $p_e(n)$  et le débit  $u_e(n)$  à l'entrée du résonateur, on construit un modèle pour résonateur conique dans lequel l'équation de la  
20 pression est de la forme :

$$p_e(n) = bc_0 u_e(n) + bc_1 u_e(n-1) + bc_2 u_e(n-2) + bc_D u_e(n-2D) + bc_{D1} u_e(n-2D-1) + ac_1 p_e(n-1) + ac_2 p_e(n-2) + ac_D p_e(n-2D) + ac_{D1} p_e(n-2D-1) \quad (33)$$

25 dans laquelle les coefficients  $bc_0$ ,  $bc_1$ ,  $bc_2$ ,  $bc_D$  et  $bc_{D1}$  sont définis par :

$$bc_0 = \frac{1}{G_p}, \quad bc_1 = -\frac{a_1 + 1}{G_p}, \quad bc_2 = \frac{a_1}{G_p}, \quad bc_D = -\frac{b_{01}}{G_p}, \quad bc_{D1} = \frac{b_0}{G_p}$$

et les coefficients  $ac_1$ ,  $ac_2$ ,  $ac_D$  et  $ac_{D1}$  sont définis par :

$$30 \quad ac_1 = -\frac{a_1 G_p + G_m}{G_p}, \quad ac_2 = \frac{a_1 G_m}{G_p}, \quad ac_D = -\frac{b_0 G_m}{G_p}, \quad ac_{D1} = b_0$$

en notant :  $G_p = 1 + \frac{1}{2f_e \frac{x_e}{c}}$  et  $G_m = 1 - \frac{1}{2f_e \frac{x_e}{c}}$ ,

23. Procédé selon l'une des revendications 17 à 21, caractérisé par le fait que, à partir du modèle de base pour résonateur cylindrique, on construit un modèle pour un résonateur court ayant une longueur  $l$ , en approximant l'impédance selon l'expression :

$$Z_l(\omega) = i \tan(k(\omega)l) \cong G(\omega) + i\omega H(\omega) \quad (34)$$

dans laquelle  $G(\omega) = \frac{1 - \exp\left(-\alpha c \sqrt{\frac{\omega}{2}} l\right)}{1 + \exp\left(-\alpha c \sqrt{\frac{\omega}{2}} l\right)}$  et  $H(\omega) = \frac{1}{c} (1 - G(\omega))$ .

24. Procédé selon l'ensemble des revendications 21, 22, 23, pour la simulation d'un instrument du type cuivre, caractérisé par le fait que l'on modélise l'embouchure par un résonateur de Helmholtz comprenant une cavité hémisphérique couplée avec un tuyau court cylindrique et un résonateur principal à tuyau conique, l'impédance d'entrée de l'ensemble du résonateur pouvant s'exprimer par l'expression :

$$Z_e(\omega) = \frac{\frac{1}{Z_n}}{i\omega \frac{V}{\rho c^2} + \frac{1}{Z_1 \tan(k_1(\omega)L_1) + Z_2 \frac{i\omega \frac{x_e}{c}}{1 + \frac{i\omega \frac{x_e}{c}}{i \tan(k_2(\omega)L_2)}}}}$$

dans laquelle  $V = \frac{4}{6} \pi R_b^3$  est le volume de la cavité hémisphérique,  $L_1$  est la longueur du tuyau court,  $L_2$  est la longueur du tuyau conique,  $Z_1$  et  $Z_2$  sont les impédances caractéristiques des deux tuyaux qui dépendent de leurs rayons,  $k_1(\omega)$  et  $k_2(\omega)$  tiennent compte des pertes et du rayon  $R_1$  et  $R_2$  de chaque tuyau, et que, à partir du modèle de base pour résonateur cylindrique, de ses extensions au tuyau conique et au tuyau court, on

construit un modèle pour résonateur de type cuivre en exprimant la pression à l'embouchure par l'équation aux différences :

$$p_e(n) = \sum_{k=0}^{k=4} bc_k u_e(n-k) + \sum_{k=0}^{k=3} bc_{Dk} u_e(n-k-2D) + \sum_{k=1}^{k=4} ac_k p_e(n-k) + \sum_{k=0}^{k=3} ac_{Dk} p_e(n-k-2D) \quad (36)$$

25. Procédé selon la revendication 21, pour la simulation d'un phénomène oscillant dans lequel les deux variables physiques de la relation d'impédance sont la force exercée en un point d'un système mécanique tel qu'une corde engendrant des vibrations et la vitesse en ce point, caractérisé par le fait que l'on exprime l'admittance en ce point sous la forme d'une combinaison en parallèle des admittances de chaque portion de corde, de part et d'autre dudit point, chaque admittance mécanique étant obtenue à partir du modèle de base décrivant l'impédance acoustique d'un résonateur à tuyau cylindrique, en exprimant la vitesse au point considéré de la corde en fonction de la force exercée en ce point, le filtre  $F(\omega)$  du modèle de base pouvant être exprimé, soit à partir d'un modèle de propagation d'ondes de flexion dans une corde munie de raideur, soit à partir de mesures expérimentales.

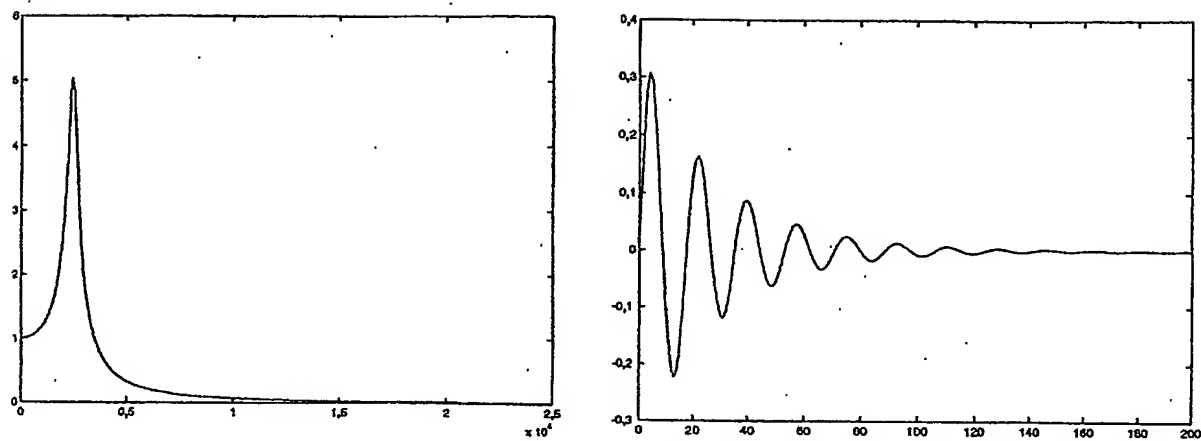


FIGURE 1

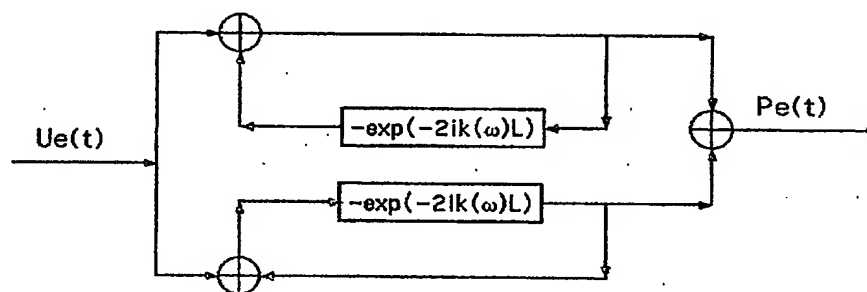


FIGURE 2

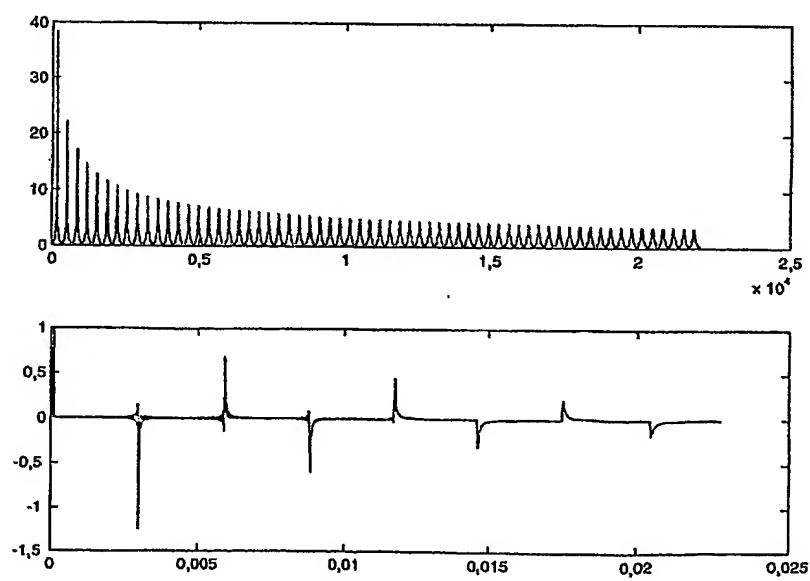


FIGURE 3

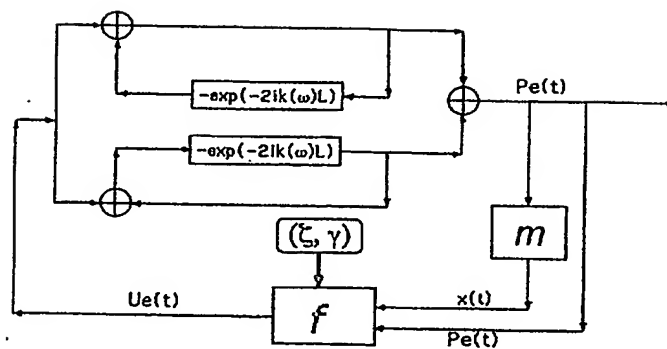


FIGURE 4

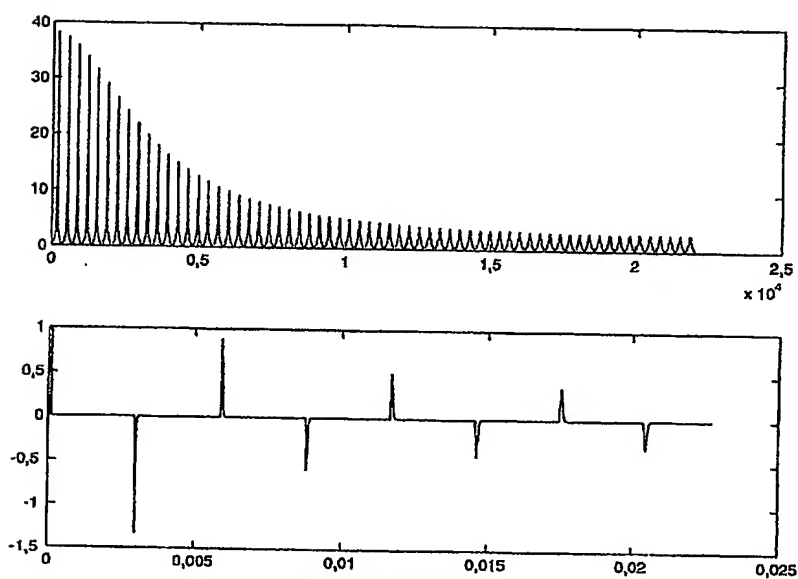


FIGURE 5

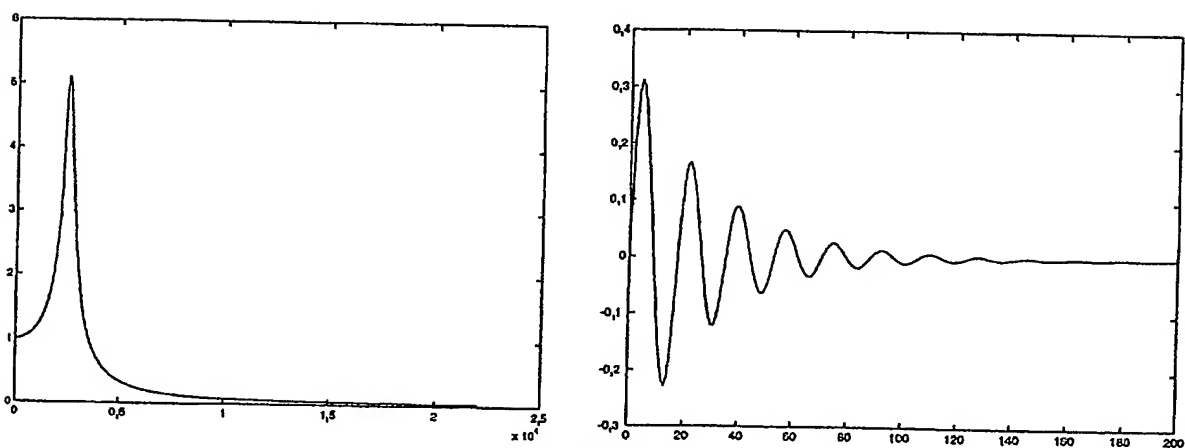


FIGURE 6

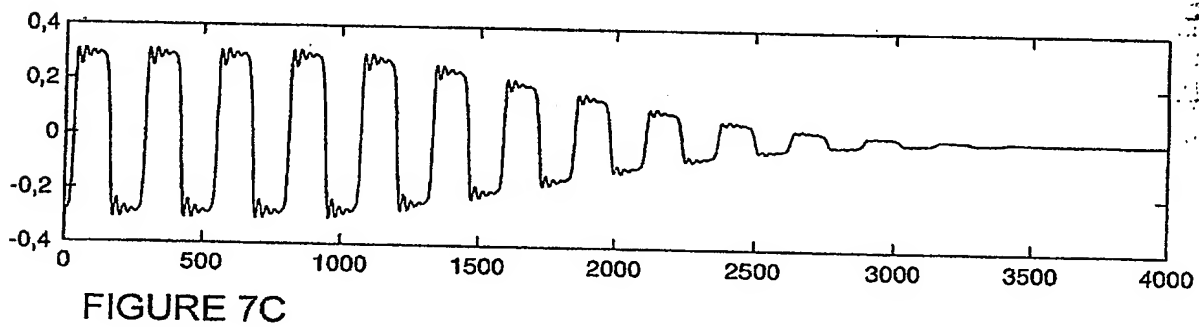
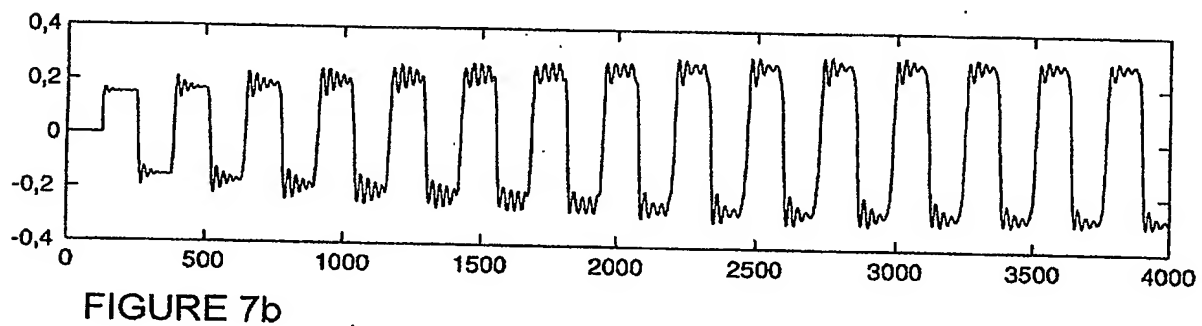
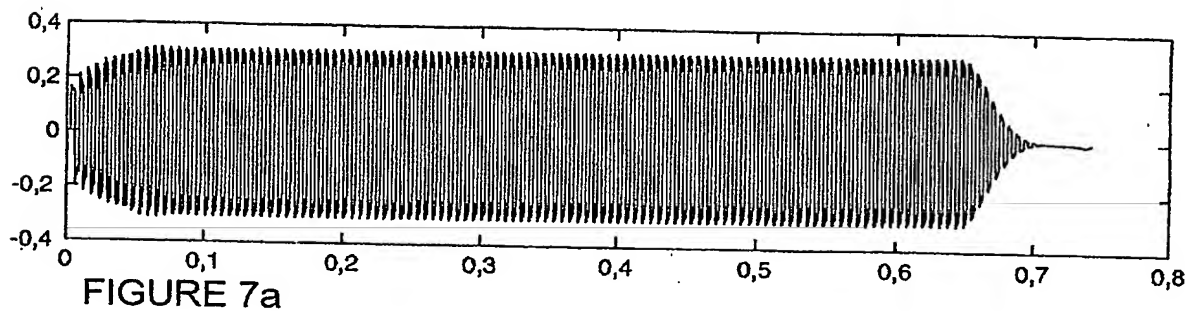


FIGURE 7

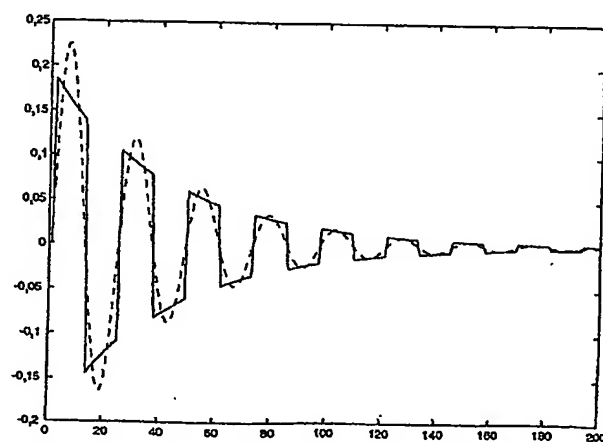
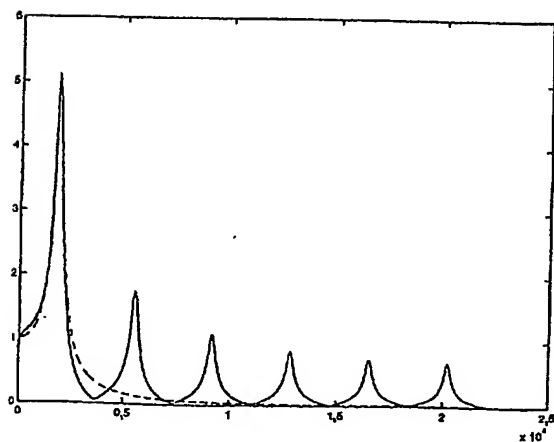


FIGURE 8

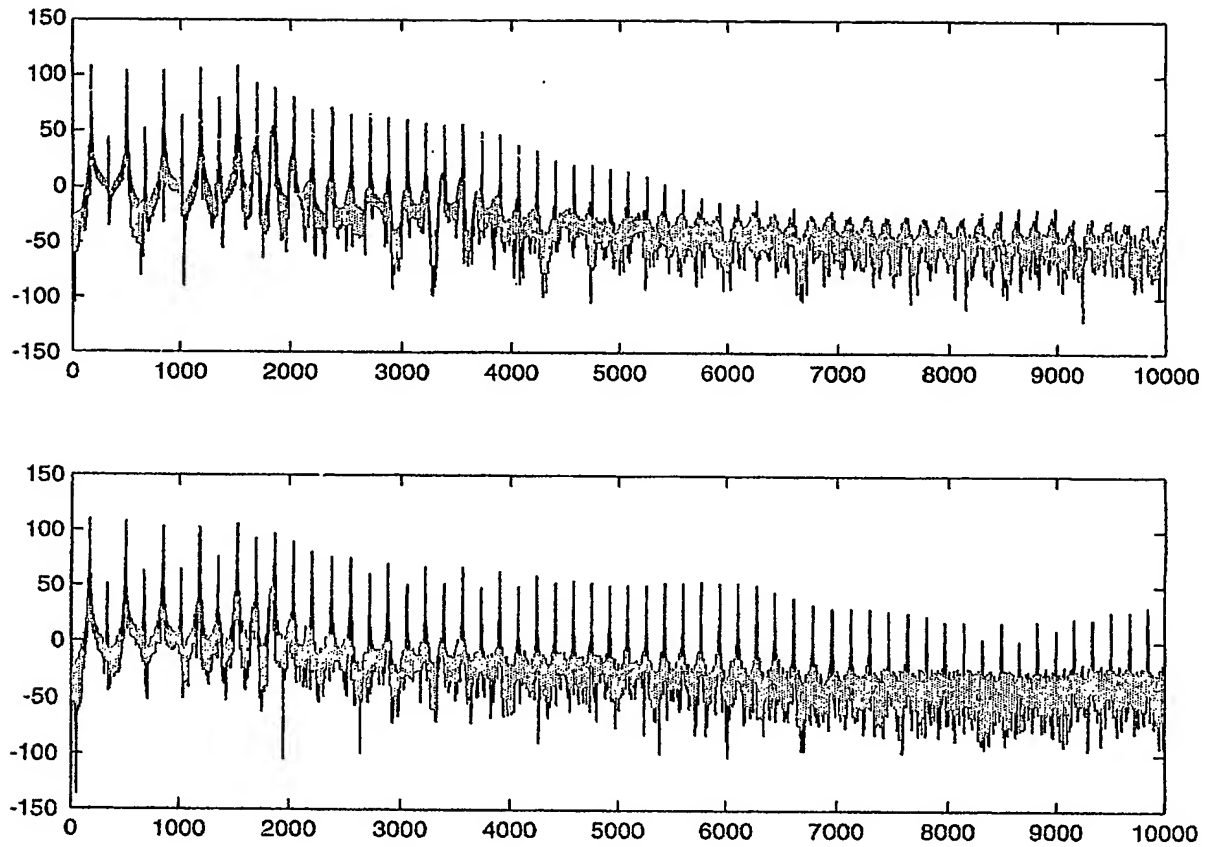


FIGURE 9

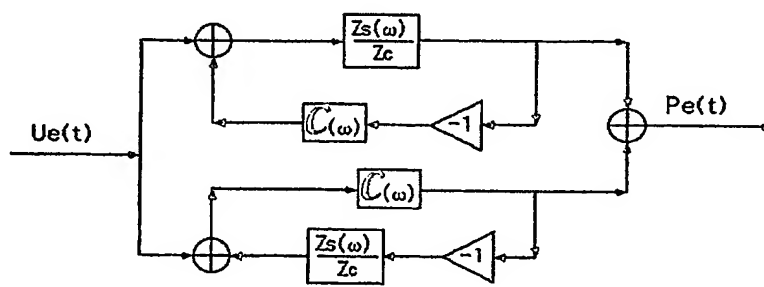


FIGURE 10



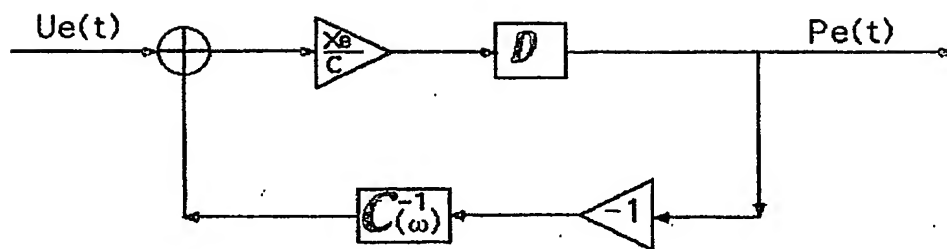


FIGURE 11

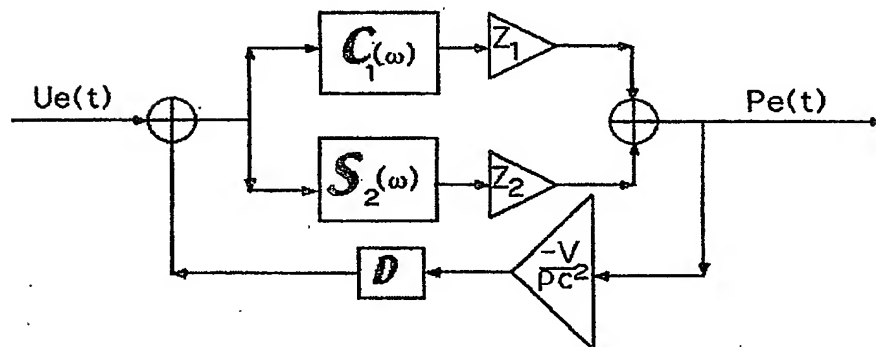


FIGURE 12

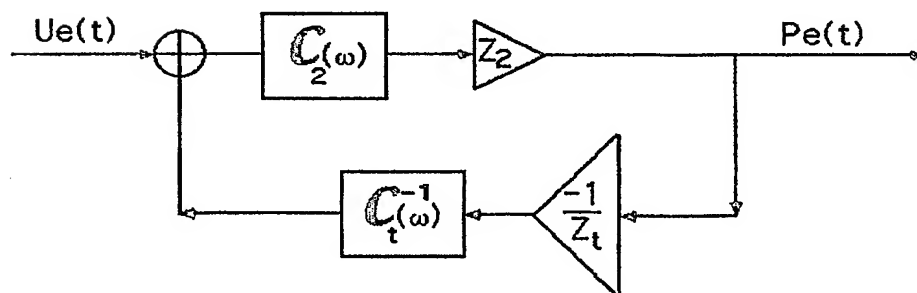


FIGURE 13

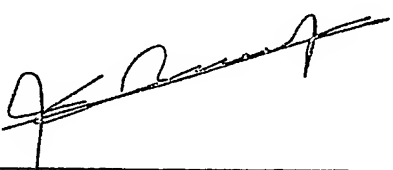


# BREVET D'INVENTION

## Désignation de l'inventeur

Vos références pour ce dossier	P057FR
N°D'ENREGISTREMENT NATIONAL	0213682
TITRE DE L'INVENTION	
	PROCEDE DE SIMULATION ET DE SYNTHESE NUMERIQUE D'UN PHENOMENE OSCILLANT
LE(S) DEMANDEUR(S) OU LE(S) MANDATAIRE(S):	Maurice LE BRUSQUE

DESIGNE(NT) EN TANT QU'INVENTEUR(S):	
Inventeur 1	
Nom	GUILLEMAIN
Prénoms	Philippe
Rue	526 Chemin de Boyers
Code postal et ville	13400 AUBAGNE
Société d'appartenance	
Inventeur 2	
Nom	KERGOMARD
Prénoms	Jean
Rue	20 Boulevard Philippon
Code postal et ville	13004 MARSEILLE
Société d'appartenance	
Inventeur 3	
Nom	VOINIER
Prénoms	Thierry
Rue	23 Boulevard du Vaisseau Les hauts de Mazargues, n° 17
Code postal et ville	13009 MARSEILLE
Société d'appartenance	

DATE ET SIGNATURE(S) DU (DES) DEMANDEUR(S) OU DU MANDATAIRE	
Signé par:	Maurice LE BRUSQUE
	
Date	31 oct. 2002

La loi n°78-17 du 6 janvier 1978 relative à l'informatique aux fichiers et aux libertés s'applique aux réponses faites à ce formulaire. Elle garantit un droit d'accès et de rectification pour les données vous concernant auprès de l'INPI.

PCT Application

**FR0303264**

